PROSEDUR PROGRAM LINIER FUZZY UNTUK OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI

SKRIPSI

Oleh:
WIDIAWATI KUMALA
NIM. 08610022

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

PROSEDUR PROGRAM LINIER FUZZY UNTUK OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
WIDIAWATI KUMALA
NIM. 08610022

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

PROSEDUR PROGRAM LINIER FUZZY UNTUK OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI

SKRIPSI

Oleh:
WIDIAWATI KUMALA
NIM. 08610022

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 20 Desember 2013

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Evawati Alisah, M.Pd	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19720604 199903 2 001	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PROSEDUR PROGRAM LINIER FUZZY UNTUK OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI

SKRIPSI

Oleh:
WIDIAWATI KUMALA
NIM. 08610022

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 9 Januari 2014

Penguji Utama	:	Drs. H.Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	______________________
Ketua Penguji	:	Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	______________________
Sekretaris Penguji	:	Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	______________________
Anggota Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	______________________

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : WIDIAWATI KUMALA

NIM : 08610022

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Desember 2013
Yang membuat pernyataan,

WIDIAWATI KUMALA
NIM. 08610022

MOTTO

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

وَأَوۡحَيۡنَآ إِلَىٰ مُوسَىٰ وَأَخِيهِ أَن تَبَوَّءَا لِقَوۡمِكُمَا بِمِصۡرَ بُيُوتٗا وَٱجۡعَلُواْ بُيُوتَكُمۡ قِبۡلَةٗ
وَأَقِيمُواْ ٱلصَّلَوٰةَۗ وَبَشِّرِ ٱلۡمُؤۡمِنِينَ ٨٧

"...dan jangan kamu berputus asa dari rahmat Allah. Sesungguhnya tiada berputus asa dari rahmat Allah, melainkan kaum yang kafir".
(Qs. Yusuf: 87)

"Tanamkan sifat optimis dan percaya diri dalam memulai segala perbuatan"

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap rasa syukur kepada Allah SWT, penulis persembahkan skripsi ini kepada:

Ayahanda dan ibunda tercinta, yaitu bapak ***Warman*** dan ibu ***Latik*** yang senantiasa mencurahkan do'a untuk penulis, adik tersayang ***Khusnul Nur Kholifah,*** dan kekasih tersayang ***Ahmad Nasrur Ridlo*** yang setia menemani, mendukung, dan mencurahkan segala waktu untuk mendengarkan keluh kesah penulis.

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, segala puji syukur penulis haturkan kepada Allah SWT,yang telah melimpahkan segala nikmat, rahmat, taufik, serta hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Sholawat serta salam penulis sampaikan kepada Nabi Muhammad SAW yang memberikan jalan yang lurus dan diridhoi-Nya.

Selanjutnya penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membimbing, menuntun, dan memberikan motivasi kepada penulis. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan TeknologiUniversitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Evawati Alisah, M.Pd, sebagai pembimbing yang senantiasa sabar, dan tiada hentinya memberikan motivasi sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.

5. Abdul Aziz, M.Si, sebagai pembimbing agama yang senantiasa memberikan bimbingan dan saran yang membangun dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
6. Seluruh dosen Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang tidak pernah lelah untuk mendidik, mengajarkan, dan mencurahkan ilmu-ilmunya kepada penulis.
7. Sahabat-sahabat satu perjuangan Saropah, Ahmad Munawir, Ida putri, dan semua angkatan 2008 yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.
8. Sahabat-sahabat terbaik di tempat kerja, yaitu: B. Purwati, B. Ima Rosita, B. Binti Sa'adah, B. Sukria Agustina, B. Ririn Sri P. L, B. Purwati, Bpk. Atok Fauzi, Bpk. Ahmad Basori, dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.
9. Semua pihak yang yang telah mendukung penulis, terima kasih atas semua dukungan dan motivasinya.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu saran dan kritik senantiasa penulis harapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat untuk penulis dan juga untuk pembaca. Amin

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Desember 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Kumala, Widiawati. 2013. **Prosedur Program Linier Fuzzy untuk Optimasi Perencanaan Produksi**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd
(II) Abdul Aziz, M.Si

Kata kunci: program linier fuzzy, program linier, hasil produksi

Dalam perencanaan produksi dilakukan metode pemrograman yang tepat dan akurat. Salah satu metode yang digunakan untuk optimasi perencanaan produksi yaitu Program Linier Fuzzy dengan menggunakan Metode Simpleks.

Program Linier Fuzzy adalah metode program linier yang diaplikasikan dalam lingkungan fuzzy. Data yang digunakan dalam proses penelitian ini, penerapan program linier fuzzy adalah data yang berupa 2 variabel bahan baku, 2 variabel nama produk, dan 2 variabel kapasitas di perusahaan.

Dalam pemaparan ini diaplikasikan dalam masalah perencanaan produksi. Dalam fuzzy linear programming, fungsi objektif dan batasan tidak mempunyai arti benar-benar tegas karena ada beberapa hal yang perlu mendapat pertimbangan dalam sistem. Penyelesaian dengan Program Linier Fuzzy, adalah pencarian suatu nilai Z yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimasikan sedemikian rupa sehingga sesuai pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan fuzzy.

Penerapan fuzzy linear programming pada masalah perencanaan produksi didapatkan bahwa hasil penjualan dan keuntungan maksimum, akan diperoleh jika produk 1 diproduksi sebanyak 100 unit, produk 2 diproduksi sebanyak 300 unit dan keuntunan (Z) yang diperoleh sebesar Rp. 1.300.000,00. Keuntungan ini lebih teliti Rp. 150.000.00 dibandingkan dengan hasil penghitungan dengan program linier. Dengan catatan bahwa pada kondisi ini dibutuhkan bahan baku P_1 sebanyak 450 unit, bahan baku P_2 sebanyak 550. Aplikasi Program Linier Fuzzy ini perlu dikaji dan diaplikasikan atau diterapkan dalam bidang ilmu lainnya untuk pengembangan suatu ilmu.

ABSTRACT

Kumala, Widiawati. 2013. **Procedure of Fuzzy Linear Programming for Optimization Production Planning**. Thesis. Mathematics Department, Science and Technology Faculty, The State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Supervisor: (I) Evawati Alisah, M.Pd
(II) Abdul Aziz, M.Si

Key words: fuzzy linear programming, linear programming, production

In production planning is done programming method is precise and accurate. One method that is used for the optimization of production planning are fuzzy linear programming using the simplex method.

Fuzzy Linear Programming is the method of linear programming applied in a fuzzy environment. The data used in the application process. In this research, fuzzy linear program is a 2 variable data in the form of raw materials, 2 variable product name, and 2 variable capacity in the company.

In this presentation applied in production planning problems. In the fuzzy linear programming, objective function and constraints no longer have emphatic sense really because there are some things that need consideration in the system. Settlement with Fuzzy Linear Programming, is the search for a value of Z which is the objective function to be optimized such that according to the restrictions that are modeled using fuzzy sets.

Application of fuzzy linear programming in production planning problems found that the results of the sales and maximum profit, would be obtained if products produced as many as 100 units of 1, 2 manufactured products 300 units and profit (Z) obtained by Rp. 1.300.000.00. The advantage of this more thoroughly Rp. 150.000.00 compared with the results calculating the linear progamming. With a note that under these conditions needed raw materials as much as 450 units P1, P2 raw materials as much as 550. Application of Fuzzy Linear Programming this needs to be studied and applied or applied in other disciplines to the development of a science.

الملخص الملخص

كومالا، ويديا واتي. **٢٠١٣. إجراء برمجة الضبابي الخطي لتحسين تخطيط الإنتاج**. البحث قسم الرياضية, كلية العلوم و التكنولوجيا الجامعة الاسلامية مولانا ملك إبراهيم بمالانج.
تحت الإشراف : إيفاواتي عاليشة الماجيستير
عبد العزيز الماجيستير

الكلمة الأساسية : برمجة الضبابي الخطي، برمجة خطية، نتيجة الإنتاج.

كان تخطيط الإنتاج يحتاج إلى منهج صحيح و مصيب. و المنهج الذي يستخدم لتحسين تخطيط الإنتاج هو برمجة الضبابي الخطي بالمنهج الإيضاحي.
برمجة الضبابي الخطي هي منهج البرمجة الخطية التي يُطبق في بيئة الضبابي. و البيان الذي يستخدم في هذا البحث هو تطبيق برمجة الضبابي الخطي, بشكل متغيران من المادة ومتغيران من اسم الإنتاج و متغيران من طاقة التجارية.
هذا البيان يُركّز في تخطيط الإنتاج. كانت برمجة الضبابي الخطي لا تملك معناً صريحا في الوظيفة الموضوعية ة الحدود، لأن و جود الأشياء في النظام. الإتمام برمجة الضبابي الخطي هو البحث عن نتيجة "z" من الوظيفة الموضوعية ثم يلائم الأحداد الطرزي با ستخدام رابطة الضبابي.
تطبيق برمجة الضبابي الخطي في تخطيط الإنتاج يحاصل نتيجة البيع و الربح الأقصى. فإذا النتيجة الواحدة ينتاج إلى ١٠٠ وحدة، و النتيجة الثانية ينتاج إلى ٣٠٠ وحدة، و الربح من " z " هو ١.٣٠٠.٠٠٠,٠٠ روبية. هذا الربح أضبط ١٥٠.٠٠٠,٠٠ روبية من الحساب با ستخدام البرمجة الخطية. إن هذا الحال يختاج إلى المادة P1 على ٤٥٠ وحدة. و المادة P2 على ٥٥٠. تطبيق برمجة الضبابي الخطي يختاج إلى تدقيق البيان و يطبق في العلوم الأخرى لترقية العلم.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu adalah pengetahuan tentang suatu bidang yang disusun secara bersistem menurut metode-metode tertentu yang dapat digunakan untuk menerangkan gejala tertentu. Islam menganjurkan umatnya untuk bersungguh-sungguh menuntut ilmu, baik ilmu agama maupun ilmu pengetahuan. Hal ini terlihat dari adanya beberapa ayat Al-Qur'an yang memotivasi kita untuk menuntut ilmu. Seperti yang dijelaskan pada Q.S. Al-Mujaadilah ayat 11:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِذَا قِيلَ لَكُمۡ تَفَسَّحُواْ فِي ٱلۡمَجَٰلِسِ فَٱفۡسَحُواْ يَفۡسَحِ ٱللَّهُ
لَكُمۡۖ وَإِذَا قِيلَ ٱنشُزُواْ فَٱنشُزُواْ يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ
دَرَجَٰتٖۚ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ خَبِيرٞ ١١

Artinya: Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", Maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", Maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan.

Ayat di atas tidak menyebutkan secara tegas bahwa Allah akan meninggikan derajat orang yang berilmu namun menegaskan bahwa mereka memiliki derajat-derajat yang lebih tinggi dari yang sekadar beriman. Kaum beriman dibagi menjadi dua kelompok besar, yang pertama sekadar beriman dan beramal saleh, dan yang kedua beriman dan beramal saleh serta memiliki pengetahuan. Derajat kedua kelompok ini menjadi lebih tinggi, bukan saja karena nilai ilmu yang disandangnya, tetapi juga amal dan pengajarannya kepada pihak lain baik secara lisan atau tulisan maupun dengan keteladanan.

Ilmu yang dimaksud dalam ayat di atas bukan saja ilmu agama, tetapi ilmu apapun yang bermanfaat. Di sisi lain, juga ditunjukkan bahwa ilmu haruslah menghasilkan *khasyyah*, yakni rasa takut dan kagum kepada Allah, yang pada gilirannya mendorong yang berilmu untuk mengamalkan ilmunya serta memanfaatkannya untuk kepentingan makhluk (Shihab, 2005:79-80).

Selain itu, di dalam salah satu hadits, Rasulullah SAW bersabda:

مَنْ اَرَادَ الدُّنْيَا فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ وَمَنْ اَرَادَ الآخِرَةَ فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ وَمَنْ اَرَادَهُمَا فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ (رواه المسلم)

Artinya: *Barang siapa yang menginginkan kebahagiaan hidup di dunia, maka hendaklah ia mempelajari ilmu. Dan barang siapa yang menginginkan kebahagiaan hidup di akhirat, maka hendaklah ia mempelajari ilmu. Dan barang siapa yang menginginkan kebahagiaan hidup dunia dan akhirat, maka hendaklah ia mempelajari ilmu* (HR. Muslim).

Ayat dan hadits di atas menggambarkan betapa pentingnya ilmu pengetahuan dalam hidup dan kehidupan umat manusia. Dalam hadits lain, Nabi bersabda: "*Tuntutlah ilmu itu mulai dari buaian sampai dengan liang lahat*". Dengan kata lain, menuntut ilmu pengetahuan, dilakukan sepanjang masa, sepanjang hidup ataupun seumur hidup. Menuntut ilmu pengetahuan, selain tidak mengenal waktu, juga tidak mengenal tempat, sampai-sampai Nabi bersabda: "*Tuntutlah ilmu itu walaupun di negeri Cina*".

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak keputusan utama yang dihadapi oleh seorang manajer perusahaan seperti untuk mencapai tujuan perusahaan dengan dibatasi oleh situasi lingkungan operasi. Pembatasan-pembatasan ini dapat meliputi terbatasnya sumber daya seperti waktu, tenaga kerja, energi, bahan baku atau pemodalan. Secara umum tujuan perusahaan adalah sedapat mungkin memaksimumkan laba, sedangkan tujuan lainnya dari unit organisasi yang merupakan bagian dari suatu organisasi biasanya berupa meminimumkan beaya.

Seiring dengan perkembangan bisnis yang disertai persaingan yang begitu ketat banyak sekali masalah yang muncul dan turut mempengaruhi nafas kehidupan dari perusahaan-perusahaan berskala kecil. Dengan kondisi seperti ini banyak perusahaan kecil yang harus berjuang untuk tetap melaksanakan aktivitas perusahaan terutama kegiatan produksi agar kelangsungan hidup perusahaan dapat berkembang terus.

Model program linier terdiri dari komponen dan karakteristik tertentu. Komponen model termasuk variabel keputusan, fungsi tujuan dan batasan model. Variabel keputusan adalah simbol matematika yang menggambarkan tingkatan aktivitas perusahaan, misalnya perusahaan roti ingin memproduksi roti keju (X_1) dan roti coklat (X_2), di mana X_1 dan X_2 adalah lambang yang menunjukkan jumlah variabel setiap *item* yang tidak diketahui.

Dalam pemodelan program linier salah satu asumsi dasar adalah asumsi kepastian, yaitu setiap parameter, data-data dalam pemodelan program linier, yang terdiri dari koefisien-koefisien fungsi tujuan, konstanta-konstanta sebelah kanan dan koefisien-koefisien teknologis, diketahui secara pasti. Tetapi dalam praktik, asumsi ini jarang dipenuhi. Sebab, kebanyakaan model program linier dirumuskan untuk memilih suatu tindakan atau keputusan di waktu yang akan datang. Jadi, parameter-parameter yang akan dipakai didasarkan atas suatu prediksi mengenai kondisi masa datang. Karena kepastian tersebut, biasanya dilakukan analisis kepekaan setelah didapat penyelesaian optimal. Evolusi penting tentang kekaburan atau ketidakpastian dari suatu konsep yang modern telah diperkenalkan oleh Lofti A. Zadeh's pada tahun 1965 (Klir dan Yuan, 1995), yang mengemukakan tentang teori himpunan *fuzzy*, dimana anggota-anggotanya tidak hanya berdasarkan pada masalah ketegasan atau penguatan, tetapi juga pada masalah kederajatan (*degree*).

Selama ini banyak orang hanya mengenal program linier biasa untuk mencari solusi yang optimal secara teoritis dan praktis, asalkan semua konstanta dan koefisien diketahui dengan pasti. Apabila ada konstanta dan koefisien yang tidak pasti, maka solusi program linier biasa menjadi tidak optimal. Jadi diperkenalkan program linier *fuzzy* untuk mencari solusinya. Dalam skripsi ini, dirancang suatu simulasi dengan menggunakan program linier *fuzzy* yang disertai batasan-batasan/selang interval.

Salah satu tujuan dalam permasalahan program linier *fuzzy* adalah untuk mengetahui parameter-parameter yang sensitif, untuk mencoba mengestimasinya dengan lebih baik, kemudian memilih suatu pemecahan yang tetap atau lebih baik untuk nilai-nilai yang mungkin dimiliki oleh parameter-parameter sensitif tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, maka dalam skripsi ini akan dibahas secara khusus, yaitu tentang "**Prosedur Program Linier Fuzzy untuk Optimasi Perencanaan Produksi**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka perumusan masalahnya adalah bagaimana prosedur program linier *fuzzy* menggunakan metode simpleks untuk optimasi perencanaan produksi?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuannya adalah menjelaskan langkah-langkah program linier *fuzzy* menggunakan metode simpleks untuk mencari optimasi perencanaan produksi.

1.4 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, masalah ini dibatasi oleh penyelesaian variabel keputusan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Menambah wawasan keilmuan dan bahan pustaka baik bagi penulis maupun pembaca pada umumnya mengenai kaitan konsep matematika dengan dunia bisnis.
2. Menunjukkan keterkaitan antara konsep matematika, khususnya penerapan konsep logika *fuzzy* dalam dunia bisnis dan perusahaan
3. Sebagai salah satu rujukan dan kajian bagi pembaca tentang program linier *fuzzy* pada optimasi hasil perencanaan produksi.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode literatur (*library research*), yakni dengan mempelajari buku-buku yang berkaitan dengan penelitian yang telah diangkat oleh penulis. Penulis mengumpulkan data dan informasi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, atau makalah-makalah. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian terhadap buku-buku dan jurnal-jurnal atau makalah-makalah yang memuat topik tentang program linier *fuzzy*.

Studi kepustakaan merupakan penampilan argumentasi penalaran keilmuan yang memaparkan hasil olah pikir mengenai suatu permasalahan atau topik kajian kepustakaan yang berisi satu topik kajian yang didalamnya memuat beberapa gagasan atau proposisi yang terkait dan harus didukung oleh data yang diperoleh dari berbagai sumber kepustakaan.

Variabel-variabel data dalam penelitian ini akan dilakukan menggunakan program linier *fuzzy*. Langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. menentukan variabel-variabel yang ada di dalam data yang disediakan,
2. proses fuzzyfikasi, merupakan proses yang dilakukan untuk mendapatkan nilai *lower bound* dan *upper bound* dari inisialisasi awal variabel keputusan dan batasan. Untuk menghitung nilai *lower bound* dan *upper bound* ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks,
3. metode simpleks, baik data *fuzzy* maupun data non-*fuzzy*,
4. proses defuzzyfikasi, merupakan proses yang dilakukan setelah nilai *lower bound* dan nilai *upper bound* didapatkan. Untuk melakukan proses defuzzyfikasi digunakan aturan Zadeh's. Proses defuzzyfikasi kemudian akan membentuk suatu bentuk program linier yang baru dan untuk

menyelesaikan bentuk program linier baru ini dapat digunakan metode dua fase,

5. interpretasi terhadap hasil akhir yang diperoleh.

Maksud penyelesaian dengan menggunakan metode dua fase adalah memecahkan persoalan program linier menjadi dua bagian. Mula-mula akan diusahakan agar semua nilai variabel buatan menjadi *nol*, atau menyelesaikan program linier yang fungsi tujuannya adalah meminimumkan variabel artifisial pada model, dengan melakukan iterasi sampai solusi ditemukan. Proses ini disebut *fase pertama*. Kemudian dibuat maksimum fungsi tujuan Z yang sesungguhnya, dimulai dari satu pemecahan dasar yang fisibel baik yang memuat vektor buatan dengan nilai variabel pada tingkat nol atau tidak memuat vektor buatan sama sekali, atau mulai dengan hasil yang ditemukan pada fase I, ganti fungsi tujuan dengan masalah yang asli dan hilangkan variabel artifisial, kemudian dilakukan iterasi dengan menggunakan penghitungan simpleks biasa sampai solusi ditemukan. Proses ini disebut *fase kedua* (Supranto, 1983:116).

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini digunakan sistematika pembahasan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Teori

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang logika *fuzzy*, bilangan *fuzzy*, program linier *fuzzy*, dan pandangan al-qur'an tentang *fuzzy* dan perencanaan.

Bab III Pembahasan

Pada pembahasan ini membahas tentang prosedur program linier *fuzzy* menggunakan metode simpleks untuk optimasi perencanaan produksi.

Bab IV Penutup

Merupakan bab terakhir di skripsi ini yang berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Logika *Fuzzy*

2.1.1 Pengertian Logika *Fuzzy*

Dalam kamus Oxford, istilah *fuzzy* didefinisikan sebagai *blurred* (kabur atau remang-remang), *indistinct* (tidak jelas), *imprecisely defined* (didefinisikan secara tidak presisi), *confused* (membingungkan), *vague* (tidak jelas). Penggunaan istilah "sistem *fuzzy*" tidak dimaksudkan untuk mengacu pada sebuah sistem yang tidak jelas/kabur/remang-remang definisinya, cara kerjanya, atau deskripsinya. Sebaliknya, yang dimaksud dengan sistem *fuzzy* adalah sebuah sistem yang dibangun dengan definisi, cara kerja, dan deskripsi yang jelas berdasar pada teori *fuzzy logic* (Naba, 2009:1).

Orang yang belum pernah mengenal logika *fuzzy* pasti akan mengira bahwa logika *fuzzy* adalah sesuatu yang amat rumit dan tidak menyenangkan. Namun, sekali seseorang mulai mengenalnya, ia pasti akan sangat tertarik dan akan menjadi pendatang baru untuk ikut serta mempelajari logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika *fuzzy* modern dan metodis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu, padahal sebenarnya konsep tentang logika *fuzzy* itu sendiri sudah ada pada diri kita sejak lama. Logika *fuzzy* adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output.

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika *fuzzy*, antara lain:

1. Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran *fuzzy* sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika *fuzzy* dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

2.1.2 Himpunan *Fuzzy*

Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu_A[x]$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

- satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu:

a. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: MUDA, PAROBAYA, TUA.
b. Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dan sebagainya.

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

a. Variabel *Fuzzy*

   Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Contoh: umur, temperatur, permintaan, dsb.

b. Himpunan *Fuzzy*

   Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

c. Semesta Pembicaraan

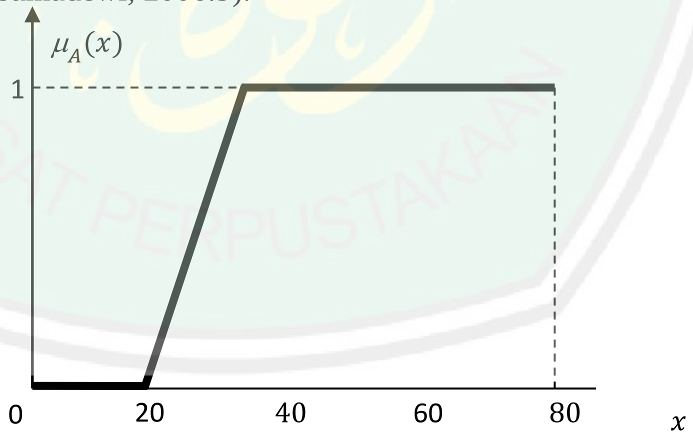
   Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

d. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

2.1.3 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan (Kusumadewi, 2006:9).



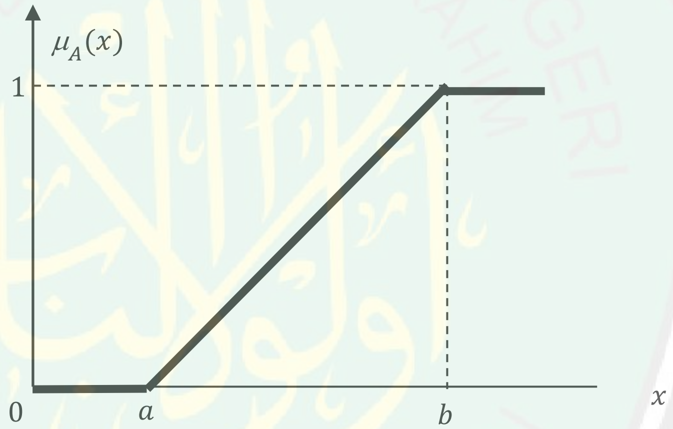
Gambar 2.1. Grafik dari Fungsi Keanggotaan $\mu_A(x)$

2.1.3.1 Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas.

Ada 2 macam himpunan *fuzzy* yang linier..

Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.



Gambar 2.2. Representasi Linier Naik

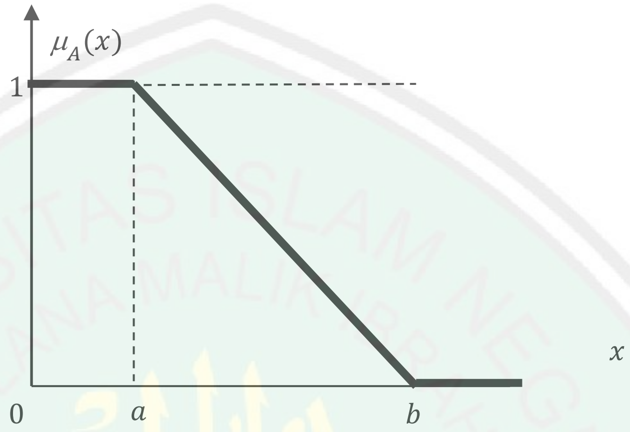
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases} \tag{2.1}$$

Kedua, merupakan kebalikan yang pertama. Garis lurus dimulai dari nilai domain yang derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah.

Fungsi Keanggotaan:

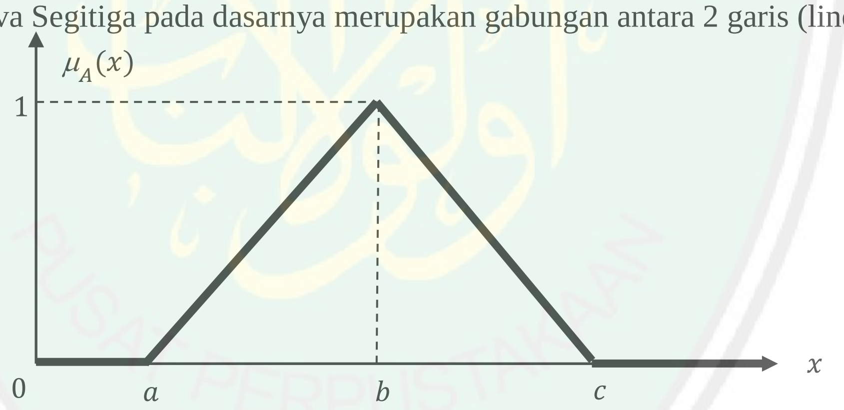
$$\mu[x] = \begin{cases} \frac{b-x}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases} \tag{2.2}$$



Gambar 2.3. Representasi Linier Turun

2.1.3.2 Representasi Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear).



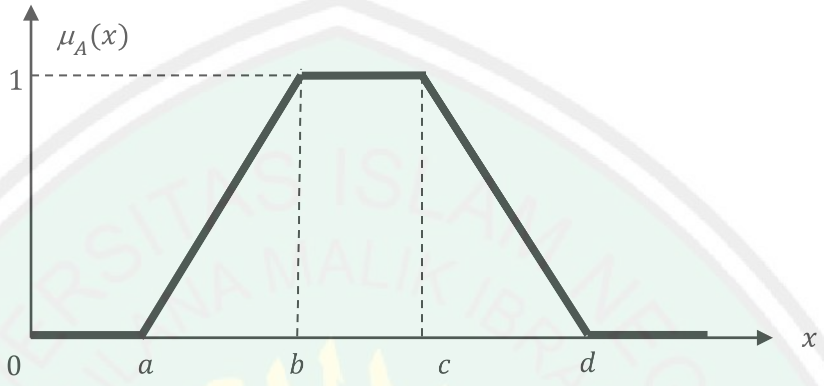
Gambar 2.4. Kurva Segitiga

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}; & a \leq x \leq b \end{cases} \tag{2.3}$$

2.1.3.3 Representasi Kurva Trapesium

Kurva segitiga pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1.



Gambar 2.5. Kurva Trapesium

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & a \text{ atau } x \geq d \\ (x-a)/(b-a); & c \leq x \leq d \\ 1; & c \leq x \leq d \\ (d-x)/(d-c); & c \leq x \leq d \end{cases} \tag{2.4}$$

2.1.3.4 Representasi Kurva Bentuk Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variable tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperature akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy ‘bahu’, bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah kebenar.

2.1.3.5 Representasi Kurva-S

Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau *sigmoid* yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi, seperti terlihat pada gambar.

Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0).

Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah

$$S(x, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 2(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha})^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2(\frac{\gamma-x}{\gamma-\alpha})^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases} \quad (2.5)$$

Sedangkan fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah

$$S(x, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 1 - 2(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha})^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 2(\frac{\gamma-x}{\gamma-\alpha})^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases} \quad (2.6)$$

2.1.3.6 Representasi Kurva Bentuk Lonceng (*Bell Curve*)

Untuk mempresentasikan bilangan *fuzzy*, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu: himpunan *fuzzy* Pi, beta, dan Gauss.

Perbedaan ketiga kurva ini terletak pada gradiennya.

a. Kurva Pi

Kurva Pi berbentuk lonceng dengan derajat keanggotan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β). Nilai kurva untuk suatu nilai domain *x* diberikan sebagai:

Fungsi keanggotaan:

$$\pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) & \rightarrow x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) & \rightarrow x > \gamma \end{cases} \tag{2.7}$$

b. Kurva BETA

Seperti halnya pada Pi, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β), seperti terlihat pada gambar. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:

Fungsi Keanggotaan:

$$B(x; \gamma; \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^2} \tag{2.8}$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva Pi adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.

c. Kurva Gauss

Jika kurva Pi dan BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva. Nilai kurva untuk suatu nilai domain *x* diberikan sebagai:

Fungsi Keanggotaan:

$$G(x; k; \gamma) = e^{-k(\gamma - x)^2} \quad (2.9)$$

2.1.4 Koordinat Keanggotaan

Himpunan *fuzzy* berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaannya dalam bentuk:

Skalar(i) atau Derajat(i)

'Skalar' adalah suatu nilai yang digambar dari domain himpunan *fuzzy*, sedangkan 'Derajat' skalar merupakan derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*nya (Kusumadewi, 2004:23).

2.1.5 Operator-operator *Fuzzy*

Pada dasarnya ada 2 model operator *fuzzy*, yaitu operator-operator dasar yang dikemukakan oleh Zadeh's dan operator-operator alternatif yang dikembangkan yang dikembangkan dengan menggunakan konsep transformasi tertentu (Kusumadewi, 2006:21).

2.1.5.1 Operator-operator Dasar Zadeh's

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan *fuzzy*. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α-predikat. Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh's, yaitu AND, OR dan NOT.

1. Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

2. Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

3. Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan α–predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh denganmengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_{A'}(x)$$

2.1.6 Sistem Inferensi *Fuzzy*

Aplikasi logika *fuzzy* yang telah berkembang saat ini adalah sistem inferensi *fuzzy*, yaitu suatu sistem yang bekerja atas dasar penalaran *fuzzy*. Contohnya dalam kasus penentuan jumlah produksi. Manajer pergudangan mengatakan pada manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi pada bulan selanjutnya.

Sistem inferensi *fuzzy* akan berfungsi sebagai pengendali proses tertentu dengan menggunakan aturan-aturan inferensi berdasarkan logika fuzzy. Sistem inferensi memiliki 4 unit, yaitu:

1. Unit fuzzyfikasi unit *(fuzzyfication unit)*
2. Unit penalaran logika *fuzzy (fuzzy logic reasoning unit)*
3. Unit basis pengetahuan *(knowledge base unit)*, yang terdiri dari dua bagian:
   a. Basis data *(data base)*, yang memuat fungsi-fungsi keanggotaan dari himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait dengan nilai variabel-variabel linguistik yang dipakai.
   b. Basis aturan *(rule base)*, yang memuat aturan-aturan berupa implikasi *fuzzy*.
4. Unit defuzzyfikasi/unit penegasan *(defuzzyfication unit)* (Susilo, 2006:161).

Sistem inferensi *fuzzy* mengkonversi nilai-nilai tegas dari semua variabel masukan yang terkait dengan proses yang dikendalikan, nilai-nilai tersebut dikonversi oleh unit fuzzyfikasi ke nilai *fuzzy* yang sesuai. Hasil pengukuran kemudian diproses oleh unit penalaran logika *fuzzy* dengan menggunakan unit basis pengetahuan yang akan menghasilkan himpunan-himpunan *fuzzy* sebagai keluarannya. Tahap terakhir yang dilakukan adalah unit penegasan, yaitu menerjemahkan keluaran yang berupa himpunan-himpunan *fuzzy* ke dalam nilai-nilai yang tegas. Nilai tegas inilah yang kemudian direalisasikan dalam bentuk suatu tindakan yang dilaksanakan dalam proses pengendalian.

2.1.6.1 Unit Fuzzyfikasi

Langkah pertama pada sistem inferensi *fuzzy* dilakukan oleh unit fuzzyfikasi yaitu, mengubah masukan tegas yang diterima menjadi masukan *fuzzy*. Untuk masing–masing variabel input, ditentukan suatu fungsi fuzzyfikasi *(fuzzyfication function)* yang akan mengubah variabel masukan yang tegas (yang biasa dinyatakan dalam bilangan real) menjadi nilai pendekatan *fuzzy*.

Fungsi fuzzyfikasi ditentukan berdasarkan beberapa kriteria berikut:

1. Fungsi fuzzyfikasi diharapkan mengubah suatu nilai tegas, misalnya $a \in \mathbb{R}$, ke suatu himpunan *fuzzy* $(\tilde{A})$ dengan nilai keanggotaan a terletak pada selang tertutup [0,1] atau $\mu_{\tilde{A}}(a) = [0,1]$.
2. Bila nilai masukannya cacat karena gangguan, diharapkan fungsi fuzzyfikasi dapat menekan sejauh mungkin gangguan itu.
3. Fungsi fuzzyfikasi diharapkan dapat membantu menyederhanakan komputasi yang harus dilakukan oleh sistem tersebut dalam proses inferensinya (Susilo, 2006:163).

2.1.6.2 Unit Penalaran *Fuzzy*

Penalaran *fuzzy* adalah suatu cara penarikan kesimpulan berdasarkan seperangkat implikasi *fuzzy* dan suatu fakta yang diketahui (premis). Penarikan kesimpulan (penalaran) dalam logika klasik didasarkan pada proposisi-proposisi yang selalu benar, tanpa tergantung pada nilai kebenaran proposisi-proposisi penyusunnya.

Aturan penalaran tegas ini dapat digeneralisasikan menjadi aturan *fuzzy* dengan premis dan kesimpulan adalah proposisi-proposisi *fuzzy*. Kita perhatikan suatu contoh penalaran *fuzzy* berikut ini:

Premis 1 : Bila soal matematika sulit, maka penyelesaiannya lama

Premis 2 : Soal matematika agak sulit

Kesimpulan : Penyelesaiannya agak lama

Penalaran tersebut dapat dirumuskan secara umum dengan skema sebagai berikut:

Premis 1 (kaidah) : Bila *x* adalah A, maka *y* adalah B

Premis 2 (fakta) : *x* adalah A

Kesimpulan : *y* adalah B

Penalaran *fuzzy* dengan skema tersebut disebut generalisasi modus ponens *(generalized modus ponens).*

2.1.6.3 Basis Pengetahuan

Basis pengetahuan suatu sistem inferensi *fuzzy* terdiri dari basis data dan basis kaidah.

1. Basis data adalah himpunan fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy* yang terkait dengan nilai linguistik dari variabel-variabel yang terlibat dalam sistem itu (Susilo, 2006:165).

Contoh:

Misalnya dalam suatu sistem kendali logika *fuzzy*, variabel x dengan semesta selang tertutup $[-a, a]$ mempunyai tujuh nilai linguistik sebagai berikut:

Besar Negatif, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{B}^{-}$

Sedang Negatif, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{S}^{-}$

Kecil Negatif, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{K}^-$

Mendekati Nol, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{0}$

Kecil Positif, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{K}^+$

Sedang Positif, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{S}^+$

Besar Positif, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{B}^+$

Maka basis data dari sistem memuat fungsi keanggotaan dari himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait.

2. Basis kaidah adalah himpunan implikasi-implikasi *fuzzy* yang berlaku sebagai aturan dalam sistem itu. Bila sistem itu memiliki m buah aturan dengan $(n-1)$ variabel, maka bentuk aturan ke-i $(i = 1, 2, \cdots, m)$ adalah sebagai berikut:

Jika $(x_1\ adalah\ A_{i1}) \cdot (x_2\ adalah\ A_{i2}) \cdot \cdots \cdot (x_n\ adalah\ A_{in})$, maka y adalah B_i dengan $\cdot$ adalah operator (missal: *or* atau *and*), dan x_j adalah variabel linguistik dengan semesta pembicaraan X_j $(j = 1, 2, \cdots, n)$

2.1.6.4 Unit Defuzzyfikasi

Karena sistem inferensi hanya dapat membaca nilai yang tegas, maka unit defuzzyfikasi yang memuat fungsi-fungsi penegasan dalam sistem itu digunakan sebagai suatu mekanisme untuk mengubah nilai *fuzzy* keluaran menjadi nilai tegas dan menghasilkan nilai variabel solusi yang diinginkan. Pemilihan fungsi defuzzyfikasi biasanya ditentukan oleh beberapa kriteria:

1. Masuk akal, artinya secara intuitif bilangan tegas t$(\tilde{A})$ dapat diterima sebagai bilangan yang mewakili himpunan *fuzzy* $(\tilde{A})$. Kesimpulan dari semua himpunan *fuzzy* output untuk setiap aturan.

2. Kemudahan komputasi, yaitu diharapkan perhitungan untuk menentukan bilangan defuzzyfikasi dari semua aturan pada fungsi penegasan adalah sederhana dan mudah.
3. Kontinuitas, diartikan perubahan kecil pada himpunan fuzzy $(\tilde{A})$ tidak mengakibatkan perubahan besar pada bilangan defuzzyfikasi t$(\tilde{A})$.

2.2 Bilangan *Fuzzy*

2.2.1 Definisi Bilangan *Fuzzy*

Secara formal bilangan *fuzzy* didefinisikan sebagai himpunan *fuzzy* dalam semesta himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$ yang memenuhi empat sifat berikut ini:

1. normal
2. mempunyai pendukung yang terbatas
3. semua potongan- α -nya adalah selang tertutup pada $\mathbb{R}$
4. konveks

Suatu bilangan kabur bersifat normal, sebab bilangan kabur "kurang lebih a" seyogyanya mempunyai fungsi keanggotaan yang nilainya sama dengan 1 untuk$x = a$. Ketiga sifat lainnya diperlukan untuk dapat mendefinisikan operasi-operasi aritmatik (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian) pada bilangan-bilangan kabur.

Bilangan kabur yang paling banyak dipakai dalam aplikasi adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan segitiga yang disebut *bilangan kabur segitiga*, dan bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan trapezium yang disebut *bilangan* *kabur trapesium*. Jelas bahwa kedua jenis bilangan kabur tersebut memenuhi empat sifat bilangan kabur seperti didefinisikan di atas (Susilo, 2006:111).

2.2.2 Operasi Bilangan *Fuzzy*

Seperti halnya dengan bilangan tegas, pada bilangan kabur juga dapat didefinisikan operasi-operasi aritmatik. Suatu operasi biner pada $\mathbb{R}$ pada dasarnya adalah suatu pemetaan $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Misalnya operasi penjumlahan dua buah bilangan real x dan y yang menghasilkan bilangan real z, dapat dinyatakan dengan $f(x, y) = z$ atau biasanya ditulis $x + y = z$. Maka dengan Prinsip Perluasan dapat didefinisikan operasi biner untuk bilangan-bilangan kabur (Susilo, 2006:112).

Misalkan $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah dua buah bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$. Maka terbentuk himpunan $\tilde{a} \times \tilde{b}$ dalam semesta $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dengan $f(x, y) = z$ atau $x + y = z$. Dengan Prinsip Perluasan kita definisikan penjumlahan $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} + \tilde{b}$, sebagai bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z) = \sup_{f(x,y)=z} \mu_{\tilde{a}\times\tilde{b}}(x, y)$$

$$= \sup_{x+y=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

Demikian pula operasi *pengurangan* bilangan-bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} - \tilde{b}$, adalah bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}-\tilde{b}}(z) = \sup_{f(x,y)=z} \mu_{\tilde{a}\times\tilde{b}}(x, y)$$

$$= \sup_{x-y=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

Bila bilangan kabur negatif dari $\tilde{a}$, yaitu $-\tilde{a}$, kita definisikan sebagai $0 - \tilde{a}$, maka fungsi keanggotaannya

$$\mu_{-\tilde{a}}(z) = \mu_{0-\tilde{a}}(z) = \sup_{0-x=z} \min\{1, \mu_{\tilde{a}}(x)\}$$

$$= \mu_{\tilde{a}}(-z)$$

Bila b adalah suatu bilangan real tegas, maka $\tilde{a} + b$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}+b}(z) = \sup_{x+b=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), 1\}$$

$$= \mu_{\tilde{a}}(z-b)$$

dan $\tilde{a} - b$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}-b}(z) = \sup_{x-b=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), 1\}$$

$$= \mu_{\tilde{a}}(z+b)$$

Perkalian bilangan kabur $\tilde{a}$dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} \cdot \tilde{b}$, adalah bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}\cdot b}(z) = \sup_{xy=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

Dan *pembagian* bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}}$, adalah bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}}}(z) = \sup_{\frac{x}{y}=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

Bila a adalah suatu bilangan real tegas yang tidak sama dengan 0, maka $a \cdot \tilde{b}$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{a\cdot\tilde{b}}(z) = \sup_{a\cdot y=z} \min\{1, \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

$$= \mu_{\tilde{a}}(\frac{z}{a})$$

Bila $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan-bilangan kabur segitiga dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = Segitiga(x; c, d, e) = \begin{cases} 0; & x \leq c \\ \frac{(x-c)}{(d-c)}; & c \leq x \leq d \\ \frac{(e-x)}{(e-d)}; & d \leq x \leq e \\ 0; & e \leq x \end{cases}$$

dan

$$\mu_{\tilde{b}}(x) = Segitiga(x; f, g, h) = \begin{cases} 0; & x \leq c \\ \frac{(x-f)}{(g-f)}, & f \leq x \leq g \\ \frac{(h-x)}{(h-g)}; & g \leq x \leq h \\ 0; & h \leq x \end{cases}$$

maka untuk suatu $\alpha \in [0,1]$, terdapat x_1 dan x_2 dengan $c \leq x_1 \leq d$ dan $f \leq x_2 \leq g$ sedemikian hingga

$$\mu_{\tilde{a}}(x_1) = \mu_{\tilde{b}}(x_2) = \alpha$$

yaitu

$$\frac{x_1 - c}{d - c} = \frac{x_2 - f}{g - f} = \alpha$$

Sehingga $x_1 = c + (d-c)\alpha$dan $x_2 = f + (g-f)\alpha$. Misalkan $x = x_1 + x_2$, maka

$$c + f \leq x = c + f + (d - c + g - f)\alpha \leq d + g$$

Jadi untuk $c + f \leq x \leq d + g$, berlaku $\alpha = \frac{x-(c+f)}{(d+g)-(c+f)}$, sehingga $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(x) = \sup_{x_1+x_2=x} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x_1), \mu_{\tilde{b}}(x_2)\} = \alpha = \frac{x-(c+f)}{(d+g)-(c+f)}$ dengan mengingat bahwa

$\mu_{\tilde{a}}(x)$ dan $\mu_{\tilde{b}}(x)$ naik monoton untuk $c \leq x \leq d$ dan $f \leq x \leq g$ berturut-turut. Demikian pula terdapat x_3 dan x_4 dengan $d \leq x_3 \leq e$ dan $g \leq x_4 \leq h$ sedemikian hingga

$$\mu_{\tilde{a}}(x_3) = \mu_{\tilde{b}}(x_4) = \alpha$$

yaitu

$$\frac{e - x_3}{e - d} = \frac{h - x_4}{h - g} = \alpha$$

Sehingga $x_3 = e - (e - d)\alpha$ dan $x_4 = h - (h - g)\alpha$. Misalkan $x = x_3 + x_4$, maka

$$d + g \leq x = e + h + (d - e + g - h)\alpha \leq e + h$$

Jadi untuk $d + g \leq x \leq e + h$, berlaku $\alpha = \frac{(e+h)-x}{(e+h)-(d+g)}$, sehingga $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(x) = \sup_{x_1+x_2=x} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x_1), \mu_{\tilde{b}}(x_2)\} = \alpha = \frac{(e+h)-x}{(e+h)-(d+g)}$

dengan mengingat bahwa $\mu_{\tilde{a}}(x)$ dan $\mu_{\tilde{b}}(x)$ naik monoton untuk $d \leq x \leq e$ dan $g \leq x \leq h$ berturut-turut. Jelas bahwa $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(x) = 0$ untuk $x \leq c + f$ atau $x \geq e + h$. Maka diperoleh

$$\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(x) = \begin{cases} 0; & x \leq c + f \\ \dfrac{x - (c + f)}{(d + g) - (c + f)}; & c + f \leq x \leq d + g \\ \dfrac{(e + h) - x}{(e + h) - (d + g)}; & d + g \leq x \leq e + h \\ 0; & e + h \leq x \end{cases}$$

$$= Segitiga(x; c + f, d + g, e + h)$$

Contoh 1: Bila bilangan kabur $\tilde{2}$ mempunyai fungsi keanggotaan *Segitiga* (x,0,2,4) dan bilangan kabur $\tilde{3}$ mempunyai fungsi keanggotaan

Segitiga (x,2,3,4), maka bilangan kabur $\tilde{2} + \tilde{3}$ mempunyai fungsi keanggotaan *Segitiga* (x,2,5,8).

Operasi-operasi aritmatik pada bilangan kabur juga dapat didefinisikan dengan menggunakan potongan-α. Dalam Teorema Dekomposisi telah dibuktikan bahwa suatu himpunan kabur dapat dinyatakan secara tunggal dengan menggunakan potongan-potongan – α - nya. Karena potongan-α dari suatu bilangan kabur adalah selang tertutup, maka untuk mendefinisikan operasi aritmatik pada bilangan kabur dengan menggunakan potongan-α terlebih dahulu akan dibahas operasi aritmatik pada selang tertutup.

Misalkan [a, b] dan [c, d] adalah dua buah selang tertutup dalam ℝ. Maka operasi-operasi aritmatik pada kedua selang tersebut didefinisikan sebagai berikut:

1. Penjumlahan : [a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]
2. Pengurangan : [a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]
3. Perkalian : [a, b] · [c, d] = [min {ac, ad, bc, bd}, max {ac, ad, bc, bd }]
4. Pembagian: $\frac{[a,b]}{[c,d]} = \left[\min\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\} \max\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\}\right]$

untuk $0 \notin [c, d]$. Pembagan selang $\frac{[a,b]}{[c,d]}$ tidak didefinisikan untuk $0 \epsilon [c, d]$.

Berdasarkan definisi operasi aritmatik pada selang tersebut kita dapat mendefinisikan operasi aritmatik pada bilangan kabur. Misalkan $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan-bilangan kabur dengan potongan-α berturut-turut $a_\alpha = [a_\alpha^-, a_\alpha^+]$ dan $b_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$. *Penjumlahan* bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} + \tilde{b}$, adalah bilangan kabur dengan potongan-α:

$$(a + b)_\alpha = [a_\alpha^- + b_\alpha^-, a_\alpha^+ + b_\alpha^+]$$

untuk setiap $\alpha \epsilon [0,1]$. Sedangkan *pengurangan* bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} - \tilde{b}$, adalah bilangan kabur dengan potongan-α:

$$(a-b)_\alpha = [a_\alpha^- - b_\alpha^-, a_\alpha^+ - b_\alpha^+]$$

untuk setiap $\alpha \epsilon [0,1]$.

Contoh 2: Misalkan bilangan kabur $\tilde{2}$ dan $\tilde{3}$ mempunyai fungsi keanggotaan segitiga sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{2}}(x) = Segitiga(x; 0,2,4) = \begin{cases} 0; & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{4-x}{2}, & 2 \leq x \leq 4 \\ 0; & 4 \leq x \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{3}}(x) = Segitiga(x; 2,3,4) = \begin{cases} 0; & x \leq 2 \\ \frac{x}{2}, & 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{4-x}{2}, & 3 \leq x \leq 4 \\ 0; & 4 \leq x \end{cases}$$

untuk suatu $\alpha \epsilon [0,1]$, $\alpha = \mu_{\tilde{2}}(2_\alpha^-) = \mu_{\tilde{2}}(2_\alpha^+)$, yaitu $\alpha = \frac{2_\alpha^-}{2} = \frac{4-2_\alpha^+}{2}$, sehingga $2_\alpha^- = 2\alpha$ dan $2_\alpha^+ = 4 - 2\alpha$. Jadi potongan-α dari bilangan kabur dari $\tilde{2}$ adalah $2_\alpha = [2\alpha, 4 - 2\alpha]$. Demikian pula potongan-α dari bilangan kabur dari $\tilde{3}$ adalah $3_\alpha = [\alpha + 2, 4 - \alpha]$. Maka potongan-$\alpha$ dari bilangan kabur $\tilde{2} + \tilde{3}$adalah $(2 + 3)_\alpha = [3\alpha + 2, 8 - 3\alpha]$. Karena $3\alpha + 2$ dan $8 - 3\alpha$ adalah fungsi-fungsi linear dari α dengan nilai berturut-turut 2 dan 8 untuk $\alpha = 0$ dan keduanya bernilai 5 untuk $\alpha = 1$, maka bilangan kabur segitiga dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{2}+\tilde{3}}(x) = Segitiga(x; 2,5,8) = \begin{cases} 0; & x \leq 2 \\ \dfrac{x-2}{3}, & 2 \leq x \leq 5 \\ \dfrac{8-x}{3}, & 5 \leq x \leq 8 \\ 0; & 8 \leq x \end{cases}$$

Demikian pula potongan-α dari bilangan kabur $\tilde{2} - \tilde{3}$adalah $(2-3)_\alpha = [3\alpha - 4, 2 - 3\alpha]$, sehingga$\tilde{2} - \tilde{3}$ adalah bilangan kabur segitiga dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{2}-\tilde{3}}(x) = Segitiga(x; -4, -1,2) = \begin{cases} 0; & x \leq -4 \\ \dfrac{x+4}{3}, & -4 \leq x \leq -1 \\ \dfrac{2-x}{3}, & -1 \leq x \leq 2 \\ 0; & 2 \leq x \end{cases}$$

Jika $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan-bilangan kabur dengan potongan-α berturut-turut $a_\alpha = [a_\alpha^-, a_\alpha^+]$, dan $b_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$, maka *perkalian* $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} \cdot \tilde{b}$, adalah bilangan kabur dengan potongan-α:

$$(a \cdot b)_\alpha = [\min\{a_\alpha^- b_\alpha^-, a_\alpha^- b_\alpha^+, a_\alpha^+ b_\alpha^-, a_\alpha^+ b_\alpha^+\}, max\{a_\alpha^- b_\alpha^-, a_\alpha^- b_\alpha^+, a_\alpha^+ b_\alpha^-, a_\alpha^+ b_\alpha^+\}]$$

Untuk setiap $\alpha\epsilon[0,1]$. Jika $0 \notin [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$ untuk semua $\alpha\epsilon[0,1]$, maka *pembagian* $\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}}$, adalah bilangan kabur dengan potongan-α:

$$\left(\frac{a}{b}\right)_\alpha = \left[\min\left\{\frac{a_\alpha^-}{b_\alpha^-}, \frac{a_\alpha^-}{b_\alpha^+}, \frac{a_\alpha^+}{b_\alpha^-}, \frac{a_\alpha^+}{b_\alpha^+}\right\}, max\left\{\frac{a_\alpha^-}{b_\alpha^-}, \frac{a_\alpha^-}{b_\alpha^+}, \frac{a_\alpha^+}{b_\alpha^-}, \frac{a_\alpha^+}{b_\alpha^+}\right\}\right]$$

untuk setiap $\alpha\epsilon[0,1]$

Contoh 3: Seperti pada contoh 2, misalkan bilangan kabur $\tilde{2}$ dan $\tilde{3}$ mempunyai fungsi keanggotaan $\tilde{2} = \text{Segitiga}(x, 0, 2, 4)$ dan $\tilde{3} = \text{Segitiga}(x, 2,3,4)$ dengan potongan-α $2_\alpha = [2\alpha, 4 - 2\alpha]$ dan $3_\alpha = [\alpha + 2, 4 - \alpha]$ berturut-turut. Maka untuk $\alpha\epsilon[0,1]$,

$\min\{(2\alpha)(\alpha+2),(2\alpha)(4-\alpha),(4-2\alpha)(\alpha+2),(4-2\alpha)(4-\alpha)\}$

$=(2\alpha)(\alpha+2)=2\alpha^2+4\alpha$

dan

$\max\{(2\alpha)(\alpha+2),(2\alpha)(4-\alpha),(4-2\alpha)(\alpha+2),(4-2\alpha)(4-\alpha)\}$

$=(4-2\alpha)(4-\alpha)=2\alpha^2+12\alpha+16,$

sehingga potongan-α dari bilangan kabur $\tilde{2}\cdot\tilde{3}$ adalah selang tertutup $(2\cdot 3)_\alpha = 2\alpha^2+4\alpha, 2\alpha^2+12\alpha+16$ untuk setiap $\alpha \epsilon [0,1]$, dengan selang terbesar adalah [0,16], yaitu untuk $\alpha = 0$ dan selang terkecil adalah [6,6] = 6, yaitu untuk $\alpha = 1$. Untuk $x\epsilon[0,6]$, berlaku $x = 2\alpha^2+4\alpha$, sehingga $\alpha = -1+\sqrt{\frac{1}{2}x+1} = \mu_{\tilde{2}\cdot\tilde{3}}(x)$. Sedangkan untuk $x\epsilon[6,16]$, berlaku $x = 2\alpha^2+12\alpha+16$, sehingga $\alpha = 3-\sqrt{\frac{1}{2}x+1} = \mu_{\tilde{2}\cdot\tilde{3}}(x)$.

Jadi $\tilde{2}\cdot\tilde{3}$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{2}\cdot\tilde{3}}(x) = \begin{cases} 0; & x \le 2 \\ -1+\sqrt{\frac{1}{2}x+1}, & 0 \le x \le 6 \\ 3-\sqrt{\frac{1}{2}x+1}, & 6 \le x \le 16 \\ 0; & 8 \le x \end{cases}$$

untuk setiap $x\epsilon\mathbb{R}$. Selanjutnya

$$\min\left\{\frac{(2\alpha)}{(\alpha+2)},\frac{(2\alpha)}{(4-\alpha)},\frac{(4-2\alpha)}{(\alpha+2)},\frac{(4-2\alpha)}{(4-\alpha)}\right\} = \frac{(2\alpha)}{(4-\alpha)}$$

dan

$$\max\left\{\frac{(2\alpha)}{(\alpha+2)},\frac{(2\alpha)}{(4-\alpha)},\frac{(4-2\alpha)}{(\alpha+2)},\frac{(4-2\alpha)}{(4-\alpha)}\right\}=\frac{(2\alpha)}{(4-\alpha)}=\frac{(4-2\alpha)}{(\alpha+2)}$$

sehingga potongan-α dari bilangan kabur $\tilde{\frac{2}{3}}$ adalah selang tertutup $\left(\frac{2}{3}\right)_\alpha = \left[\frac{(2\alpha)}{(4-\alpha)},\frac{(4-2\alpha)}{(\alpha+2)}\right]$. Maka $\tilde{\frac{2}{3}}$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan:

$$\mu_{\tilde{\frac{2}{3}}}(x)=\begin{cases}0; & x\leq 2\\ \dfrac{4x}{x+2}, & 0\leq x\leq 6\\ \dfrac{4-2x}{x+2}, & 6\leq x\leq 16\\ 0; & 8\leq x\end{cases}$$

untuk setiap $x \epsilon \mathbb{R}$.

Definisi operasi aritmatika bilangan kabur dengan menggunakan Prinsip Perluasan dan dengan menggunakan potongan-α adalah ekivalen. Teorema berikut memperlihatkan hal tersebut untuk operasi penjumlahan. Untuk operasi yang lain buktinya analog.

Teorema 1. Jika $\tilde{a}+\tilde{b}$ adalah penjumlahan dua buah bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z)=\sup_{x+y=z}\min\{\mu_{\tilde{a}}(x),\mu_{\tilde{b}}(y)\}$ dan potongan-α dari $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ berturut-turut adalah $a_\alpha=[a_\alpha^-,a_\alpha^+]$, dan $b_\alpha=[b_\alpha^-,b_\alpha^+]$, maka potongan-$\alpha$ dari bilangan kabur $\tilde{a}+\tilde{b}$ tersebut adalah

$$(a+b)_\alpha=[a_\alpha^-+b_\alpha^-,a_\alpha^++b_\alpha^+]$$

Bukti:

Ambil sebarang bilangan real $z\,\epsilon\,(a+b)_\alpha$. Maka $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z)\geq\alpha$. Andaikan $z\notin[a_\alpha^-+b_\alpha^-,a_\alpha^++b_\alpha^+]$. Maka untuk setiap x dan y dengan $x+y=z$, berlaku $x\notin[a_\alpha^-,a_\alpha^+]$ dan $y\notin[b_\alpha^-,b_\alpha^+]$, yaitu $\mu_{\tilde{a}}(x)<\alpha$ atau $\mu_{\tilde{b}}(y)<\alpha$, sehingga $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z)=\sup_{x+y=z}\min\{\mu_{\tilde{a}}(x),\mu_{\tilde{b}}(y)\}<\alpha$. Maka terjadi kontradiksi. Jadi haruslah $z \epsilon [a_\alpha^- + b_\alpha^-, a_\alpha^+ + b_\alpha^+]$. Maka terbukti bahwa $(a+b)_\alpha \subseteq [a_\alpha^- + b_\alpha^-, a_\alpha^+ + b_\alpha^+]$.

Selanjutnya, ambil sebarang bilangan real $z \epsilon [a_\alpha^- + b_\alpha^-, a_\alpha^+ + b_\alpha^+]$. Maka terdapat $x \epsilon [a_\alpha^-, a_\alpha^+] = a_\alpha$ dan $y \epsilon [b_\alpha^-, b_\alpha^+] = b_\alpha$ sedemikian sehingga $x + y = z$. Jadi $\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z) = \sup_{x+y=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\} \geq \alpha$, yaitu $z \epsilon (a+b)_\alpha$. Jadi $[a_\alpha^- + b_\alpha^-, a_\alpha^+ + b_\alpha^+] \subseteq (a+b)_\alpha$. Terbukti bahwa $(a+b)_\alpha = [a_\alpha^- + b_\alpha^-, a_\alpha^+ + b_\alpha^+]$

2.2.3 Persamaan *Fuzzy*

Misalkan diketahui dua buah bilangan kabur $\tilde{a}$dan $\tilde{b}$. Kita ingin menentukan bilangan kabur $\tilde{x}$ sedemikian hingga $\tilde{a} + \tilde{x} = \tilde{b}$. Dengan perkataan lain, kita ingin menentukan penyelesaian *persamaan kabur* $\tilde{a} + \tilde{x} = \tilde{b}$. Misalkan potongan-$\alpha$ dari $\tilde{a}$,$\tilde{b}$, dan $\tilde{x}$ berturut-turut adalah $a_\alpha = [a_\alpha^-, a_\alpha^+]$, $b_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$, dan $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+]$. Dengan Teorema Dekomposisi, dari persamaan kabur tersebut kita peroleh $[a_\alpha^- + x_\alpha^-, a_\alpha^+ + x_\alpha^+] = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$ untuk setiap $\alpha \in (0,1]$. Jadi $a_\alpha^- + x_\alpha^- = b_\alpha^-$ dan $a_\alpha^+ + x_\alpha^+ = b_\alpha^+$, sehingga $x_\alpha^- = b_\alpha^- - a_\alpha^-$ dan $x_\alpha^+ = b_\alpha^+ - a_\alpha^+$. Agar supaya $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+] = [b_\alpha^- - a_\alpha^-, b_\alpha^+ - a_\alpha^+]$ merupakan potongan-α dari bilangan kabur $\tilde{x}$ yang kita cari, haruslah dipenuhi dua syarat sebagai berikut:

1. $b_\alpha^- - a_\alpha^- \leq b_\alpha^+ - a_\alpha^+$untuk setiap $\alpha \in (0,1]$, untuk menjamin bahwa $[b_\alpha^- - a_\alpha^-, b_\alpha^+ - a_\alpha^+]$ adalah suatu selang.
2. Jika $\alpha \leq \beta$, maka $b_\alpha^- - a_\alpha^- \leq b_\beta^- - a_\beta^- \leq b_\beta^+ - a_\beta^+ \leq b_\alpha^+ - a_\alpha^+$, untuk menjamin bahwa $[b_\alpha^- - a_\alpha^-, b_\alpha^+ - a_\alpha^+]$ adalah selang tersarang (*nested interval*) sehingga memenuhi syarat sebagai potongan-α dari suatu bilangan kabur.

Jika kedua syarat tersebut dipenuhi, maka dengan Teorema Dekomposisi diperoleh penyelesai persamaan kabur di atas yaitu

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

dimana $\tilde{x}_\alpha$ adalah himpunan kabur dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{x}_\alpha} = \alpha \chi_{x_\alpha}(x)$ dengan χ_{x_α} adalah fungsi karakteristik dari selang x_α.

Secara analog penyelesaian persamaan kabur $\tilde{a} \cdot \tilde{x} = \tilde{b}$ (dengan $0 \notin [a_\alpha^-, a_\alpha^+]$) diperoleh dari potongan-α

yang harus memenuhi dua syarat berikut:

a. $\frac{b_\alpha^-}{a_\alpha^-} \leq \frac{b_\alpha^+}{a_\alpha^+}$untuk setiap $\alpha \in (0,1]$, untuk menjamin bahwa $\left[\frac{b_\alpha^-}{a_\alpha^-}, \frac{b_\alpha^+}{a_\alpha^+}\right]$ adalah suatu selang.

b. Jika $\alpha \leq \beta$, maka $\frac{b_\alpha^-}{a_\alpha^-} \leq \frac{b_\beta^-}{a_\beta^-} \leq \frac{\frac{b_\beta^+}{a_\beta^+ \leq b_\alpha^+}}{a_\alpha^+}$, untuk menjamin bahwa $\left[\frac{b_\alpha^-}{a_\alpha^-}, \frac{b_\alpha^+}{a_\alpha^+}\right]$ adalah selang tersarang (*nested interval*) sehingga memenuhi syarat sebagai potongan-α dari suatu bilangan kabur.

Jika kedua syarat tersebut dipenuhi, maka dengan Teorema Dekomposisi diperoleh penyelesai persamaan kabur di atas yaitu

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

dimana $\tilde{x}_\alpha$ adalah himpunan kabur dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{x}_\alpha} = \alpha \chi_{x_\alpha}(x)$ dengan χ_{x_α} adalah fungsi karakteristik dari selang x_α (Susilo, 2006:125).

2.3 Program Linier *Fuzzy*

2.3.1 Pengertian Program Linier

Program linier adalah suatu cara untuk menentukan nilai optimum (maksimum atau minimum) dari suatu fungsi linear dibawah kendala-kendala tertentu yang dinyatakan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan linear. Fungsi linear yang dicari nilai optimumnya itu disebut *fungsi objektif atau fungsi tujuan*. Bentuk umum masalah pemrograman linear dapat dirumuskan sebagai berikut:

Maksimumkan (minimumkan) : $\boldsymbol{z = cx}$

dengan kendala : $\boldsymbol{Ax \le b,\ x \ge 0}$

dimana $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ adalah *vektor variabel*, $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2, \ldots, c_n)$ adalah *vektor biaya*, $A = (a_{ij})$ adalah *matriks kendala* berukuran $m \times n$, dan $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_m)$ adalah vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{\mathbf{n}}$ yang memenuhi semua kendala disebut ***himpunan layak*** bentuk umum tersebut juga dapat disaajikan dalam bentuk sebagai berikut:

Maksimumkan (minimumkan): $z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

dengan kendala: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = 1,2,\cdots,m)$

$$x_j \ge 0\ (j = 1,2,\cdots,n)$$

Dalam banyak aplikasi, fungsi objektif maupun kendala-kendalanya sering kali tidak dapat dinyatakan dengan formula yang tegas. Oleh karena itu, program linier (tegas) dikembangkan menjadi program linier *fuzzy*.

2.3.2 Model Program Linier

Pada dasarnya, persoalan program linier dapat dirumuskan dalam suatu model dasar/ model baku/ model matematika sebagai berikut:

Menentukan nilai dari X_1, X_2, X_3, …, X_n, sedemikian rupa sehingga:

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \cdots + C_jX_j + \cdots C_nX_n = \sum_{j=1} C_J X_J \text{ (Optimal[maksimum/minimum])}$$

yang kemudian disebut dengan ***Fungsi Tujuan*(*Objective Function*)**

dengan pembatasan **(*Fungsi Kendala/Syarat Ikatan*):**

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n \leq \text{atau} \geq b_1,$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n \leq \text{atau} \geq b_2,,$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n \leq \text{atau} \geq b_m,,$$

$$\text{atau} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq \text{atau} \geq b_i \text{untuk } i = 1,2,3,\cdots, m.$$

$$\text{dan } X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \cdots, X_n \geq 0 \text{ atau } X_j \geq 0, \text{dimana } j = 1,2,3,\cdots, m$$

Keterangan:

Ada *n* macam barang yang akan diproduksi masing-masing sebanyak X_1, X_2, …, X_n unit.

X_j = Variabel pengambilan keputusan atau kegiatan yang ingin dicari (misalnyabanyaknya produksi barangyang ke-*j*, dimana *j* = 1, 2, ...,*n*).

C_j = Parameter yang dijadikan kriteria optimasi atau koefisien variabel pengambilan keputusan dalam fungsitujuan (misalnya harga per satuan barang ke-*j*).

b_j = Sumber daya yang terbatas, yang membatasi kegiatan atau usaha yangbersangkutan disebut jugakonstanta atau "nilai sebelah kanan" dari kendala ke-*i* (misalnya banyaknya bahan mentah ke-*i*, *i*=1, 2, .., *m*). Ada m macam bahan mentah, yang masing-masing tersedia b_1, b_2,…,b_m.

a_{ij} = Koefisien teknologi variabel pengambilan keputusan (kegiatan yang bersangkutan) dalam kendala ke-*i* (misalnya banyaknya bahan mentah ke-*i* yang digunakan untuk memproduksi 1 satuan barang ke-*j*).

2.3.3 Asumsi-asumsi Dasar Program Linier

2.3.3.1 Proportionality

Asumsi ini berarti bahwa naik turunnya nilai *Z* dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding (proportional) dengan perubahan tingkat kegiatan.

2.3.3.2 Additivity

Asumsi ini berarti bahwa nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau dalam program linier dianggap bahwa kenaikan dari nilai tujuan *(Z)* yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai *Z* yang diperoleh dari kegiatan lain.

2.3.3.3 Divisibility

Asumsi ini menyatakan bahwa keluaran (*output*) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan. Demikian pula dengan nilai *Z* yang dihasilkan.

2.3.3.4 Deterministic (Certainly)

Asumsi ini menyatakan bahwa semua parameter yang terdapat dalam model program linier a_{ij}, b_i, C_j dapat diperkirakan dengan pasti, meskipun jarang dengan tepat.

2.3.4 Pengertian dan Model Program Linier *Fuzzy*

Penyelesaian dengan program linier *fuzzy* adalah pencarian suatu nilai *Z* yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimasikan sedemikian rupa sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy* (Kusumadewi, 2004:376).

Asumsi bahwa keputusan program linier akan dibuat pada lingkungan *fuzzy*, akan sedikit berubah, yaitu:

1. Bentuk *imperative* pada fungsi obyektif tidak lagi benar-benar "maksimum" atau "minimum", karena adanya beberapa hal yang perlu mendapat pertimbangan dalam suatu sistem.
2. Tanda $\leq$ (pada batasan) pada kasus maksimasi dan tanda $\geq$ (pada batasan) dalam kasus minimasi tidak lagi bermakna *crisp* secara matematis, namun sedikit mengalami pelanggaran makna. Hal ini juga disebabkan karena adanya beberapa yang perlu dipertimbangkan dalam sistem yang mengakibatkan batasan tidak dapat didekati secara tegas.

Selanjutnya dalam penulisan ini hanya akan dibahas untuk persoalan maksimasi. Model matematika umtuk persoalan maksimasi adalah sebagai berikut:

Tentukan x sedemikian hingga:

$$c^T x \geq Z$$

$$Ax \leq b \qquad (2.10)$$

$$X \geq 0$$

Dengan tanda '≤' merupakan bentuk *fuzzy* dari '≤' yang menginterpretasikan "pada dasarnya kurang dari atau sama dengan". Demikian pula, tanda '≥' merupakan bentuk *fuzzy* dari '≥' yang menginterpretasikan "pada dasarnya kurang dari atau sama dengan".

Bentuk persamaan (2.10) dapat dibawa kedalam suatu bentuk persamaan, yaitu:

$$Bx \leq d$$

$$x \geq 0 \quad (2.11)$$

$$B = \left(-\frac{c}{A}\right) \text{ dan } d = \left(-\frac{Z}{d}\right)$$

Tiap-tiap baris atau batasan akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan himpunan ke-*i* adalah $\mu_i[B_i x]$. Fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_d[x] = \min\{\mu_i[B_i x]\} \quad (2.12)$$

Tentu saja diharapkan akan mendapatkan solusi terbaik, yaitu suatu solusi dengan nilai keanggotaan yang paling benar, dengan demikian solusi sebenarnya adalah:

$$\max_{x \geq 0} \mu_d[x] = \max_{x > 0} \min\{\mu_i[B_i x]\} \quad (2.13)$$

Dari sini terlihat bahwa $\mu_i[B_i x] = 0$ jika batasan ke-*i* benar-benar dilanggar. Sebaliknya $\mu_i[B_i x] = 1$ jika batasan ke-*i* benar-benar dipatuhi. Nilai $\mu_i[B_i x]$ akan naik secara monoton pada selang [0,1], yaitu:

$$\mu_i[B_ix] = \begin{cases} 1; & jika\ B_ix \leq d_i \\ \epsilon\ [0,1]; & jika\ d_i < B_ix < d_i + p_i \\ 0; & jika\ B_ix > d_i + p_i \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\mu_i[B_ix] = \begin{cases} 1; & jika\ B_ix \leq d_i \\ 1 - \frac{B_ix - d_i}{p_i}; & jika\ d_i < B_ix < d_i + p_i \\ 0; & jika\ B_ix > d_i + p_i \end{cases} \quad (2.15)$$

Dengan p_i adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi obyektif maupun batasan. Dengan mensubstitusikan (2.15) ke (2.13) akan diperoleh:

$$\max_{x \geq 0} \mu_d[x] = \max_{x > 0} \min\{\mu_i[B_ix]\} \quad (2.16)$$

Sehingga untuk mencari nilai $\alpha - cut$ dapat dihitung sebagai $\alpha = 1 - t$, dengan:

$$d_i + p_i = ruas\ kanan\ batasan\ ke - i$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk program linier yang baru sebagai berikut:

Maksimumkan: λ

dengan batasan: $\lambda p_i + B_ix \leq d_i + p_i$

$x \geq 0$

2.3.5 Metode Simpleks

Pada masa sekarang masalah-masalah program linier yang melibatkan banyak variabel-variabel keputusan (*decision variables*) dapat dengan cepat dipecahkan dengan bantuan komputer. Bila variabel keputusan yang dikandung tidak terlalu banyak, masalah tersebut bisa diselesaikan dengan suatu algoritma yang biasanya sering disebut *metode simpleks tabel*. Disebut demikian karena kombinasi variabel keputusan yang optimal dicari dengan menggunakan tabel-tabel.

Metode simpleks adalah sebuah cara untuk meneruskan dari suatu pemecahan dasar yang mungkin ke pemecahan dasar yang berdekatan yang mungkin sedemikian rupa, sehingga nilai fungsi obyektifnya tidak pernah berkurang. Hal ini biasanya menghasilkan sebuah pemecahan dasar yang mungkin untuk mana nilai fungsi obyektifnya adalah sebesar mungkin (Anton dan Rorres, 1988:264).

Masalah program linier secara umum dapat dirumuskan seperti di bawah ini. Tetapi untuk menyajikan metode simpleks tersebut harus dibatasi dengan bentuk khusus berikut ini:

Carilah nilai $x_1, x_2, \cdots, x_3$ yang memaksimumkan

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

yang memenuhi syarat:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \quad &\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

di mana:

$$x_i \geq 0 \qquad\qquad i = 1,2,\cdots,n$$

dan:

$$b_j \geq 0 \qquad\qquad j = 1,2,\cdots,n$$

Pada rumus di atas masing-masing ke m kendala adalah ketaksamaan = tidak bersifat membatasi karena dengan mudah dapat diperlihatkan bahwa setiap soal program linier selalu dapat dituliskan dengan semua kendala =. Syarat $b_j \geq 0$ tersebut untuk j= 1, 2,...,m yang betul-betul merupakan pembatasan (Anton dan Rorres, 1988:265).

Fungsi-fungsi kendala yang masih berbentuk pertidaksamaan harus diubah dulu menjadi bentuk persamaan, yakni dengan menambahkan variabel buatan pada fungsi kendala yang bertanda = dan mengurangkan variabel surplus pada fungsi kendala yang bertanda =. Secara umum, fungsi-fungsi kendala yang standar dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{array}{llllll}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n & & \cdots & \pm s_1 & = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n & & \cdots & \pm s_2 & = b_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots & & & \vdots & \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n & & \cdots & \pm s_m & = b_m
\end{array}$$

Ringkasnya: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$, $\qquad i = 1,2,\cdots,m$

Hasil penghitungan pada setiap tahap pengerjaan disajikan dalam bentuk tabel (tabel matriks). Berdasarkan angka-angka yang muncul di tabel dilakukan analisis dan ditarik kesimpulan. Dalam metode simpleks dikenal dua macam metode penyajian tabel, yaitu:

1. Tabel berkolom variabel dasar, dan
2. Tabel berbaris $c_j - z_j$ (Dumairy, 1999:361)

Secara umum penyajian metode simpleks dalam tabel sebagai berikut:

Optimumkan: $z - c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_nx_n = 0$

Terhadap:

$$
\begin{array}{lccl}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n & \cdots & \pm s_1 & = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n & \cdots & \pm s_2 & = b_2 \\
\vdots \quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots & & \vdots & \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n & \cdots & \pm s_m & = b_m
\end{array}
$$

Langkah-Langkah Pengerjaan

Langkah-langkah pengerjaan metode simpleks dengan tabel berkolom variabel dasar adalah sebagai berikut:

1. Rumuskan dan standarisasikan modelnya.
2. Bentuk tabel pertama dengan menetapkan semua variabel buatan sebagai variabel dasar (semua variabel asli sebagai variabel adasar).
3. Tentukan satu variabel pendatang (*entering variable*) diantara variable-variabel dasar yang ada, untuk dijadikan variabel dasar dalam tabel berkutnya. Variabel pendatang adalah veriabel dasar yang nilainya pada baris *z* bernilai negatif terkecil dalam kasus maksimasi, atau bernilai positif terbesar dalam kasus minimasi.
4. Tentukan satu variabel perantau (*leaving variable*) diantara variabel-variabel dasar yang ada, untuk menjadi variabel adasar dalam tabel berikutnya. Variabel perantau ialah variabel dasar yang memiliki rasio solusi dengan nilai positif terkecil.
5. Bentuk tabel berikutnya dengan memasukkan variabel pendatang ke kolom VD dan mengeluarkan variabel perantau dari kolom VD, serta lakukan transformasi baris-baris tabel, termasuk baris *z* sebagai berikut:

Transformasi baris kunci yang bervariabel dasar baru dilakukan sebagai berikut:

Baris kunci baru = baris kunci lama : unsur kunci

Sedangkan transformasi baris -baris lainnya:

$$Baris\ baru\ =\ baris\ lama\ -\ (\frac{unsur\ pada\ kolom\ kuncinya \times baris\ baru}{unsur\ kunci}).$$

6. Lakukan pengujian optimalitas. Jika semua koefisien variabel dasar pada baris *z* sudah tidak ada lagi yang negatif (untuk kasus maksimasi) atau sudah tidak ada lagi yang positif (untuk kasus minimasi), berarti penyelesaian sudah optimal, tidak perlu dibentuk tabel selanjutnya. Jika semua koefisien variabel dasar pada baris *z* masih ada lagi yang negatif (untuk kasus maksimasi) atau masih ada lagi yang positif (untuk kasus minimasi), berarti penyelesaian belum optimal, ulangi lagi langkah ke-3 sampai ke-6 (Dumairy, 1999 : 363).

2.4 Pandangan Al-Qur'an tentang Fuzzy dan Perencanaan

Al-Qur'an merupakan sumber hukum pertama orang Islam yang digunakan sebagai landasan atau pedoman dalam menghadapi berbagai persoalan di dunia.Tidak ada sesuatu pun yang diragukan dari padanya (Al-Qur'an). Seperti halnya takdir, di dalam Al-Qur'an Surat Ar–Ra'd ayat 11 sudah dipaparkan dengan jelas.

لَهُۥ مُعَقِّبَٰتٌ مِّنۢ بَيۡنِ يَدَيۡهِ وَمِنۡ خَلۡفِهِۦ يَحۡفَظُونَهُۥ مِنۡ أَمۡرِ ٱللَّهِۗ إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا
بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ وَإِذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ بِقَوۡمٖ سُوٓءٗا فَلَا مَرَدَّ لَهُۥۚ وَمَا لَهُم مِّن
دُونِهِۦ مِن وَالٍ ﴿١١﴾

Artinya: *Bagi manusia ada malaikat-malaikat yang selalu mengikutinya bergiliran, di muka dan di belakangnya, mereka menjaganya atas perintah Allah[767]. Sesungguhnya Allah tidak mengubah Keadaan sesuatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan[768] yang ada pada diri mereka sendiri, dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap sesuatu kaum, Maka tak ada yang dapat menolaknya, dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain Dia.*

[767]. Bagi tiap-tipa manusia ada beberapa Malaikat yang tetap menjaganya secara bergiliran da nada pula beberapa Malaikat yang mencatat amalan-amalannya, dan yang dikehendaki dalam ayat ini ialah Malaikat yang menjaga secara bergiliran itu disebut Malaikat Hafazhah.

[768] Tuhan tidak akan mengubah keadaan mereka, selama mereka tidak mengubah sebab-sebab kemunduran mereka.

Dari ayat di atas dapat diketahui bahwa takdir sebenarnya ada campur tangan manusia, tidak terjadi begitu saja dan bukan 100% kehendak Allah. Sebenarnya takdir baik atau tidak, nasib baik atau tidak sebagian besar tergantung pada manusia. Allah sudah memberikan batasan kemampuan kepada manusia, dan untuk selanjutnya tergantung manusia itu sendiri dalam mempergunakannya. Jika manusia melaksanakan setiap pekerjaan yang dibebankan kepadanya dengan usaha yang maksimal maka akan mendapatkan hasil yang maksimal juga, pada konsep *fuzzy* nilai yang diberikan adalah 1. Begitu juga sebaliknya, yang memberikan nilai 0. Jika manusia melaksanakan tugasnya dengan setengah-setengah, maka ia akan mendapatkan hasil yang setengah juga, antara 0 dan 1. Maka apabila manusia tidak berusaha untuk mendapatkan yang terbaik, itu bukanlah salah takdir.

Dalam hadits yang diriwayatkan oleh Bukhari Muslim, yang berbunyi

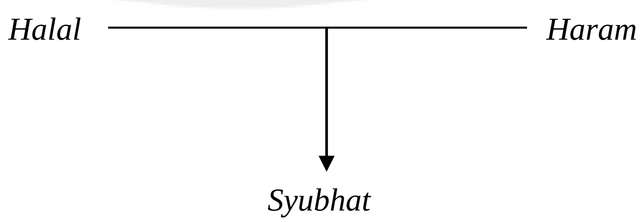
وَإِنْ اقْتَرَبَ إِلَيَّ شِبْرًا اقْتَرَبْتُ مِنْهُ ذِرَاعًا. وَإِنْ اقْتَرَبَ إِلَيَّ ذِرَاعًا اقْتَرَبْتُ إِلَيْهِ

بَاعًا.وَإِنْ أَتَانِي يَمْشِي أَتَيْتُهُ هَرْوَلَةً.

Artinya: *Jika ia mendekat kepada-Ku satu jengkal maka Aku akan mendekat kepadanya satu hasta.Jika ia mendekat kepada-Ku satu hasta maka Aku akan mendekat kepadanya satu depa. Dan jika ia mendatangi-Ku dengan berjalan maka Aku akan mendatanginya dengan berlari.*

Dari hadits di atas dijelaskan bahwa Allah akan mendekat kepada umatnya apabila umatnya mendekat kepada Allah, dalam *fuzzy* yaitu mendekati 1. Dan jika umatnya menjauhi Allah maka Allah akan lebih jauh kepada umatnya, yaitu mendekati 0. Siapa yang tidak ditolong oleh Allah, dia gagal melaksanakan amanah seperti yang dikehendaki Allah. Allah memang menganjurkan umatnya untuk menyerahkan segala sesuatunya kepada-Nya, namun tidak berarti hanya berdiam diri dan tidak berusaha. Setiap muslim harus bersungguh-sungguh dan berusaha untuk mendapatkan yang terbaik. Segala sesuatu tidaklah semudah dari yang dipikirkan, namun juga tidak sesulit itu, dengan ikhtiar dan tawakal mengharapkan ridha Allah SWT.

Syubhat dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 2.6. Representasi Logika Fuzzy

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang matematika, muncul beberapa konsep baru tentang bilangan, antara lain bilangan irrasional, bilangan riil, bilangan kompleks, sampai akhirnya muncul konsep bilangan *fuzzy*.

Dalam Al-Qur’an surat Ali Imron ayat 7-8 Allah SWT berfirman:

هُوَ ٱلَّذِىٓ أَنزَلَ عَلَيۡكَ ٱلۡكِتَٰبَ مِنۡهُ ءَايَٰتٞ مُّحۡكَمَٰتٌ هُنَّ أُمُّ ٱلۡكِتَٰبِ وَأُخَرُ
مُتَشَٰبِهَٰتٞۖ فَأَمَّا ٱلَّذِينَ فِي قُلُوبِهِمۡ زَيۡغٞ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَٰبَهَ مِنۡهُ ٱبۡتِغَآءَ ٱلۡفِتۡنَةِ وَٱبۡتِغَآءَ
تَأۡوِيلِهِۦۖ وَمَا يَعۡلَمُ تَأۡوِيلَهُۥٓ إِلَّا ٱللَّهُۗ وَٱلرَّٰسِخُونَ فِي ٱلۡعِلۡمِ يَقُولُونَ ءَامَنَّا بِهِۦ كُلّٞ مِّنۡ
عِندِ رَبِّنَاۗ وَمَا يَذَّكَّرُ إِلَّآ أُوْلُواْ ٱلۡأَلۡبَٰبِ ٧ رَبَّنَا لَا تُزِغۡ قُلُوبَنَا بَعۡدَ إِذۡ هَدَيۡتَنَا وَهَبۡ
لَنَا مِن لَّدُنكَ رَحۡمَةًۚ إِنَّكَ أَنتَ ٱلۡوَهَّابُ ٨

Artinya: “Dia-lah yang menurunkan Al Kitab (Al Quran) kepada kamu. di antara (isi) nya ada ayat-ayat yang muhkamaat[183], Itulah pokok-pokok isi Al qur'an dan yang lain (ayat-ayat) mutasyaabihaat[184]. adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, Maka mereka mengikuti sebahagian ayat-ayat yang mutasyaabihaat daripadanya untuk menimbulkan fitnah untuk mencari-cari ta'wilnya, padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. dan orang-orang yang mendalam ilmunya berkata: "Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyaabihaat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami." dan tidak dapat mengambil pelajaran (daripadanya) melainkan orang-orang yang berakal. (mereka berdoa): "Ya Tuhan kami, janganlah Engkau jadikan hati kami condong kepada kesesatan sesudah Engkau beri petunjuk kepada kami, dan karuniakanlah kepada kami rahmat dari sisi Engkau; Karena Sesungguhnya Engkau-lah Maha pemberi (karunia)".

[183] Ayat yang muhkamaat ialah ayat-ayat yang terang dan tegas Maksudnya, dapat dipahami dengan mudah.

[184] termasuk dalam pengertian ayat-ayat mutasyaabihaat: ayat-ayat yang mengandung beberapa pengertian dan tidak dapat ditentukan arti mana yang dimaksud kecuali sesudah diselidiki secara mendalam; atau ayat-ayat yang pengertiannya Hanya Allah yang mengetahui seperti ayat-ayat yang berhubungan dengan yang ghaib-ghaib misalnya ayat-ayat yang mengenai hari kiamat, surga, neraka dan lain-lain.

Ayat di atas menerangkan bahwa dalam Al-Qur’an terdapat ayat-ayat yang jelas dan tegas dan ada juga ayat-ayat yang mengandung banyak arti dan tidak dapat ditentukan arti mana yang dimaksud kecuali sudah dikaji secara mendalam dan hanya Allah saja yang tahu maksudnya (*mutasybihat*). Dalam ayat tersebut diatas disebutkan bahwa tidak ada yang mengetahui ta’wilnya kecuali Allah, penggunaan kata ta’wil bermakna mutlak. Jika diintegrasikan dengan pencarian derajat keanggotaan, maka derajat keanggotaan hanya bisa didapatkan jika ada variabel-variabel *fuzzy* yang nilainya selain 0 dan 1.

Disebutkan dalam hadist shahih, Nabi Muhammad saw bersabda:

انما سمي القلب من تقلبه انما مثل القلب كمثل ر يشة معلقة في أ صل شجرة يقلبها الريح ظهر البطن (رواه احمد،الحديث صحيح)

Artinya: “Sungguh dinamakannya kalbu adalah tidak lain karena mudahnya ia berbolak-balik; perumpamaan kalbu adalah sebagaimana sehelai bulu yang menempel pada batang pohon yang dibolak-balikkan angina” (HR. Ahmad. Hadist shahih).

Menurut hadits di atas, sesungguhnya hati seseorang itu begitu mudah berbolak-balik. Seperti kurva fungsi keanggotaan yang bisa naik dan bisa turun antara 0 dan 1 tergantung dengan kondisi yang terjadi. Yang dimaksud dari kondisi di sini adalah tingkat keimanan seseorang tersebut berada pada kondisi keimanan yang stabil atau malah sebaliknya, yaitu labil yang mengakibatkan mudah terombang-ambing dikarenakan memang secara fitrah, hati manusia itu mudah berbolak-balik sesuai dengan namanya “ kalbu: labil”.

Dalam Al–Qur’an, AllahSWT telah mengajarkan kepada manusia dan tentunya kepada umat Islam yang mau berfikir, dengan menyampaikan bahwa Dia telah merencanakan (*Planning*) segala sesuatu dengan sangat teliti, jauh sebelum segala sesuatu itu terjadi, tentang apapun yang terjadi di dalam dunia ini, segala sesuatunya telah tertulis dalam kitab disisi-Nya (Lauh Ma'fush). Sebagaimana dituliskan dalam Q.S. Faathir: 11 yang berbunyi:

وَٱللَّهُ خَلَقَكُم مِّن تُرَابٍ ثُمَّ مِن نُّطْفَةٍ ثُمَّ جَعَلَكُمْ أَزْوَٰجًا ۚ وَمَا تَحْمِلُ مِنْ أُنثَىٰ وَلَا تَضَعُ إِلَّا بِعِلْمِهِۦ ۚ وَمَا يُعَمَّرُ مِن مُّعَمَّرٍ وَلَا يُنقَصُ مِنْ عُمُرِهِۦٓ إِلَّا فِى كِتَٰبٍ ۚ إِنَّ ذَٰلِكَ عَلَى ٱللَّهِ يَسِيرٌ ﴿١١﴾

Artinya: "Dan Allah menciptakan kamu dari tanah kemudian dari air mani, kemudian Dia menjadikan kamu berpasangan (laki-laki dan perempuan). dan tidak ada seorang perempuanpun mengandung dan tidak (pula) melahirkan melainkan dengan sepengetahuan-Nya. dan sekali-kali tidak dipanjangkan umur seorang yang berumur panjang dan tidak pula dikurangi umurnya, melainkan (sudah ditetapkan) dalam kitab (Lauh Mahfuzh). Sesungguhnya yang demikian itu bagi Allah adalah mudah".

Allah juga sudah merencanakan suatu kehidupan lain, dan merupakan suatu "Goal" atau tujuan akhir peciptaan (bagi) manusia, yang merupakan kelanjutan kehidupan dunia ini, yang kita sering disebut sebagai kehidupan alam akhirat, untuk itu, Dia mencontohkan kepada umat-Nya, dimana sekali waktu Diatidak langsung mengadili amalan manusia di dunia atau mengabulkan setiap permintaan umat *(Actuating)*, karena sudah pula direncanakan suatu bentuk kehidupan lain, yakni kehidupan di Akherat untuk melaksanakan *Reward and Purnishment*. Hal ini dapat dilihat pada Q.S. Al-Qalam ayat 45 yang berbunyi:

وَأُمْلِى لَهُمْ ۚ إِنَّ كَيْدِى مَتِينٌ ﴿٤٥﴾

Artinya: "Dan aku memberi tangguh kepada mereka. Sesungguhnya rencana-Ku amat tangguh".

BAB III

PEMBAHASAN

Berdasarkan contoh ilustrasi *Nyoman Sutapa (2000)* dalam jurnal berjudul "Masalah Programa Linier Fuzzy dengan Fungsi Keanggotaan Linier" akan dipaparkan contoh permasalahan yang akan menjawab rumusan masalah, yaitu mendeskripsikan langkah-langkah program linier fuzzy menggunakan metode simpleks untuk mencari solusi optimasi hasil perencanaan produksi.

Contoh: Sebuah perusahaan membuat 2 produk P_1 dan P_2. Laba per unit P_1 adalah Rp. 4000 dan P_2 adalah Rp. 3000.Setiap unit P_1 memerlukan waktu 2 kali lebih banyak dari P_2. Total waktu kerja yang ada sekurang-kurangnya 500 jam perhari, dan dapat diperpanjang sampai 600 jam per hari. Persediaan material sekurang-kurangnya 400 unit cukup untuk P_1 dan P_2 per hari. Berdasarkan pengalaman masa lalu bahan baku masih bisa ditambah sampai dengan 500 unit per hari.

a. Identifikasi Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala

Tujuan perusahaan adalah memperoleh keuntungan sebesar-besarnya dari kendala keterbatasan sumber daya yang dimiliki. Maka formulasi matematisnya adalah:

Maksimumkan: $Z = 4000X_1 + 3000X_2$

Tabel 3.1. Pembentukan Model

Bahan	Jenis Produk		Kapasitas	Toleransi
	P_1	P_2		
P_1	1	1	400	100
P_2	2	1	500	100
Keuntungan	Rp. 4.000	Rp. 3.000		

(Sumber: Sutapa, 2000)

Fungsi batasan/ kendala diatas adalah sebagai berikut:

1. $X_1 + X_2 \leq 400 + 100t$

2. $2X_1 + X_2 \leq 500 + 100t$

3. $X_1, \quad X_2 \geq 0$

Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit, yaitu menggeser elemen dari kanan kesebelah kiri, sehingga fungsi tujuan diatas menjadi:

$$Z - 4000X_1 - 3000X_2 = 0$$

Fungsi batasan diubah dengan memberikan *variable slack* yang berguna untuk mengetahui batasan-batasan dalam kapasitas dengan menambah variabel tambahan:

1. $X_1 + X_2 \leq 400 + 100t$ diubah menjadi $X_1 + X_2 = 400 + 100t$

2. $2X_1 + X_2 \leq 400 + 100t$ diubah menjadi $2X_1 + X_2 = 500 + 100t$

b. Penyelesaian dengan Program Linier

Variabel keputusan dari tabulasi adalah X_1 yang merupakan jumlah produk P_1 yang dibuat dan X_2 merupakan jumlah produk P_2 yang dibuat. Selanjutnya, kasus tersebut dapat diformulasikan dalam bentuk standar program linier sebagai berikut:

Maksimumkan: $Z = 4000X_1 + 3000X_2$

Memiliki batasan :

$$X_1 + X_2 \leq 400 + 100t$$

$$2X_1 + X_2 \leq 500 + 100t$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

Dari formulasi tersebut akan dapat dicari keuntungan maksimum dengan program linier biasa. Untuk $t = 0$ akan diperoleh model sebagai berikut:

Maksimumkan: $Z = 4000X_1 + 3000X_2$

Memiliki batasan :

$$X_1 + X_2 \leq 400$$

$$2X_1 + X_2 \leq 500$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

Standarisasi:

Maksimumkan: $Z - 4000X_1 - 3000X_2 = 0$

Memiliki batasan :

$$X_1 + X_2 + S_1 = 400$$

$$2X_1 + X_2 + S_2 = 500$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

Tabel 3.2. Optimasi Pertama untuk $t = 0$

Var	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Nilai Kolom	Rasio
Z	1	-4000	-3000	0	0	0	0
S_1	0	1	1	1	0	400	400
S_2	0	2	1	0	1	500	250

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Untuk kolom Rasio:

$$Rasio = \frac{Nilai\ Kolom}{X_1}$$

$$R_1 = \frac{0}{-4000} = 0$$

$$R_2 = \frac{400}{1} = 400$$

$$R_3 = \frac{500}{2} = 250$$

Tabel 3.3. Optimasi Kedua untuk $t = 0$

Var	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Nilai Kolom	Rasio
Z	1	0	-1000	0	2000	1.000.000	-1.000
S_1	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	150	300
X_1	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	250	500

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.3 diuraikan sebagai berikut:

$$Baris\ Kunci\ Baru(BKB) = \frac{baris\ kunci\ ke-i}{angka\ kunci}$$

0	2	1	0	1	500	→dibagi 2
0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	250	

Untuk baris Z:

$$AB = AL - \left(\frac{kolom\ kunci\ ke-i \times angka\ baris\ kunci\ ke-i}{angka\ kunci}\right)$$

$$AB_1 = 1 - \left(\frac{-4.000 \times 0}{2}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = -4.000 - \left(\frac{-4.000 \times 2}{2}\right) = -4.000 - (-4.000) = -4.000 + 4.000 = 0$$

$$AB_3 = -3.000 - \left(\frac{-4.000 \times 1}{2}\right) = -3.000 - (-2.000)$$

$$= -3.000 + 2.000 = -1.000$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{-4.000 \times 0}{2}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{-4.000 \times 1}{2}\right) = 0 - (-2.000) = 0 + 2.000 = 2.000$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{-4.000 \times 500}{2}\right) = 0 - (-1.000.000)$$

$$= 0 + 1.000.000 = 1.000.000$$

Untuk baris S_1:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{1 \times 0}{2}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 1 - \left(\frac{1 \times 2}{2}\right) = 1 - 1 = 0$$

$$AB_3 = 1 - \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$AB_4 = 1 - \left(\frac{1 \times 0}{2}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$AB_6 = 400 - \left(\frac{1 \times 500}{2}\right) = 400 - 250 = 150$$

Untuk kolom Rasio:

$$R_1 = \frac{1.000.000}{-1.000} = -1.000$$

$$R_2 = \frac{150}{1/2} = 300$$

$$R_3 = \frac{250}{1/2} = 500$$

Tabel 3.4. Optimasi Ketiga untuk $t = 0$

Var	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Nilai Kolom
Z	1	0	0	2.000	1.000	1.300.000
X_2	0	0	1	2	-1	300
X_1	0	1	0	-1	1	100

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.4 diuraikan sebagai berikut:

$$Baris\ Kunci\ Baru(BKB) = \frac{baris\ kunci\ ke-i}{angka\ kunci}$$

0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	150	$\rightarrow: \frac{1}{2}$
0	0	1	2	-1	300	

Untuk baris Z:

$$AB_1 = 1 - \left(\frac{-1.000 \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = 0 - \left(\frac{-1.000 \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_3 = -1.000 - \left(\frac{-1.000 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = -1.000 - (-1.000)$$

$$= -1.000 + 1.000 = 0$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{-1.000 \times 1}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - (-2.000) = 0 + 2.000 = 2.000$$

$$AB_5 = 2.000 - \left(\frac{-1.000 \times -\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = 2.000 - 1.000 = 1.000$$

$$AB_6 = 1.000.000 - \left(\frac{-1.000 \times 150}{\frac{1}{2}}\right) = 1.000.000 - (-300.000)$$

$$= 1.000.000 + 300.000 = 1.300.000$$

Untuk baris X_1:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 1 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_3 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 1}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - 1 = -1$$

$$AB_5 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$AB_6 = 250 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 150}{\frac{1}{2}}\right) = 250 - 150 = 100$$

Perhitungan dengan menggunakan metode simpleks tersebut diperoleh solusi bahwa:

$$X_1 = 100$$

$$X_2 = 300$$

Maka nilai Z yang diperoleh adalah:

$$Z = 4.000X_1 + 3.000X_2$$

$$Z = 4.000(100) + 3.000(300)$$

$$Z = 400.000 + 900.000$$

$$Z = \text{Rp. } 1.300.000$$

Setelah diperoleh solusi $t = 0$, maka dihitung juga untuk $t = 1$.

Maksimumkan: $Z = 4.000X_1 + 3.000X_2$

Memiliki batasan :

$$X_1 + X_2 \leq 500$$

$$2X_1 + X_2 \leq 600$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

Standarisasi:

Maksimumkan: $Z - 4000X_1 - 3000X_2 = 0$

Memiliki batasan :

$$X_1 + X_2 + S_1 = 500$$

$$2X_1 + X_2 + S_2 = 600$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

Tabel 3.5. Optimasi Pertama untuk $t = 1$

Var	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Nilai Kolom	Rasio
Z	1	-4000	-3000	0	0	0	0
S_1	0	1	1	1	0	500	500
S_2	0	2	1	0	1	600	300

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.5 diuraikan sebagai berikut:

Untuk kolom Rasio:

$$R_1 = \frac{0}{-4000} = 0$$

$$R_2 = \frac{500}{1} = 500$$

$$R_3 = \frac{600}{2} = 300$$

Tabel 3.6. Optimasi Kedua untuk $t = 1$

Var	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Nilai Kolom	Rasio
Z	1	0	-1000	0	2000	1.200.000	-1.200
S_1	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	200	400
X_1	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	300	600

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.6 diuraikan sebagai berikut:

$$Baris\ Kunci\ Baru (BKB) = \frac{baris\ kunci\ ke - i}{angka\ kunci}$$

0	2	1	0	1	600	→: 2
0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	300	

Untuk baris Z:

$$AB_1 = 1 — \left(\frac{-4.000 \times 0}{2}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = -4.000 - \left(\frac{-4.000 \times 2}{2}\right) = -4.000 - (-4.000) = -4.000 + 4.000 = 0$$

$$AB_3 = -3.000 - \left(\frac{-4.000 \times 1}{2}\right) = -3.000 - (-2.000) = -3.000 + 2.000$$

$$= -1.000$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{-4.000 \times 0}{2}\right) 0 - 0 = 0$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{-4.000 \times 1}{2}\right) = 0 - (-2.000) = 0 + 2.000 = 2.000$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{-4.000 \times 600}{2}\right) = 0 - (-1.200.000)$$

$$= 0 + 1.200.000 = 1.200.000$$

Untuk baris S_1:

$$AB_1 = 0 — \left(\frac{1 \times 0}{2}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 1 - \left(\frac{1 \times 2}{2}\right) = 1 - 1 = 0$$

$$AB_3 = 1 - \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$AB_4 = 1 - \left(\frac{1 \times 0}{2}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = 0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$AB_6 = 500 - \left(\frac{1 \times 600}{2}\right) = 500 - 300 = 200$$

Untuk kolom Rasio:

$$R_1 = \frac{1.200.000}{-1.000} = -1.200$$

$$R_2 = \frac{200}{\frac{1}{2}} = 400$$

$$R_3 = \frac{300}{\frac{1}{2}} = 600$$

Tabel 3.7. Optimasi Ketiga untuk $t = 1$

Var	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Nilai Kolom
Z	1	0	0	2.000	2.000	1.600.000
X_2	0	0	1	2	-1	400
X_1	0	1	0	-1	1	100

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.7 diuraikan sebagai berikut:

$$Baris\ Kunci\ Baru(BKB) = \frac{baris\ kunci\ ke-i}{angka\ kunci}$$

0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	200 $\rightarrow: \frac{1}{2}$
0	0	1	2	-1	400

Untuk baris Z:

$$AB_1 = 1 - \left(\frac{-1.000 \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = 0 - \left(\frac{-1.000 \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_3 = -1.000 — 1.000 \times \frac{1}{2}\frac{1}{2} = -1.000 — 1.000 = -1.000 + 1.000 = 0$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{-1.000 \times 1}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - (-2.000)$$

$$= 0 + 2.000 = 2.000$$

$$AB_5 = 2.000 - \left(\frac{-1.000 \times -\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = 2.000 - 1.000 = 1.000$$

$$AB_6 = 1.200.000 - \left(\frac{-1.000 \times 200}{\frac{1}{2}}\right) = 1.200.000 - (-400.000)$$

$$= 1.200.000 + 400.000 = 1.600.000$$

Untuk baris X_1:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 1 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 0}{\frac{1}{2}}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_3 = -1.000 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 1}{\frac{1}{2}}\right) = 0 - 1 = -1$$

$$AB_5 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$AB_6 = 300 - \left(\frac{\frac{1}{2} \times 200}{\frac{1}{2}}\right) = 300 - 200 = 100$$

Perhitungan dengan menggunakan metode simpleks tersebut diperoleh solusi bahwa:

$X_1 = 100$

$X_2 = 400$

Maka nilai Z yang diperoleh adalah:

$$Z = 4.000X_1 + 3.000X_2$$

$$Z = 4.000(100) + 3.000(400)$$

$$Z = 400.000 + 1.200.000 = \text{Rp}. 1.600.000$$

Sehingga dari kedua hasil tersebut $(t = 0\ dan\ t = 1)$, dapat ditentukan nilai P_0, yaitu selisih dari Z pada saat $t = 1$ dan Z pada saat $t = 0$. P_0 ini berfungsi untuk pembentukan Program Linier Fuzzy.

$$P_0 = Z_{t=1} - Z_{t=0}$$

$$P_0 = 1.600.000 - 1.300.000$$

$$P_0 = \text{Rp}. 300.000$$

c. **Penyelesaian dengan Program Linier Fuzzy**

Tabel 3.8. Batasan-batasan Fuzzy

	Batasan-batasan Fuzzy	
	$t = 0$	$t = 1$
Fungsi Obyektif	1.300.000	1.600.000
Batasan 1	400	500
Batasan 2	500	600

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Dengan batasan $\lambda = 1 - t$, akhirnya dapat dibentuk model Program Linier Fuzzy sebagai berikut:

Maksimumkan: λ

Dengan batasan :

$$300.000\lambda - 4000X_1 - 3.000X_2 \leq -1.600.000 + 300.000 = -1.300.000$$

$$100\lambda + \quad X_1 + \quad X_2 \leq \quad 400 + \quad 100 = 500$$

$$100\lambda + \quad 2X_1 + \quad X_2 \leq \quad 500 + \quad 100 = 600$$

$$\lambda \quad X_1, \quad X_2 \geq \ 0$$

Maka bentuk program linier menjadi:

Maksimumkan :λ

Dengan batasan :

$$300.000\lambda - 4000X_1 - 3.000X_2 \leq -1.300.000$$

$$100\lambda + \quad X_1 + \quad X_2 \leq 500$$

$$100\lambda + \quad 2X_1 + \quad X_2 \leq 600$$

$$\lambda \quad X_1, \quad X_2 \geq \ 0$$

Bentuk standar program linier:

Maksimumkan :Z $= \lambda$

Dengan batasan :

$$-300.000\lambda + 4000X_1 + 3.000X_2 - S_1 + \quad R_1 = 1.300.000$$

$$100\lambda + \quad X_1 + \quad X_2 \quad + S_2 \quad = 500$$

$$100\lambda + \quad 2X_1 + \quad X_2 \quad + S_3 \quad = 600$$

$$\lambda \quad X_1, \quad X_2 S_1, S_2, S_3 \quad \geq \ 0$$

Bentuk program linier ini kemudian diselesaikan dengan 2 fase sebagai berikut:

Tahap 1

Menyelesaikan program linier

Minimumkan: $r = R_1$

Dengan batasan:

$$\begin{array}{lllllll} -300.000\lambda + & 4000X_1 + & 3.000X_2 - S_1 + & & & R_1 & = 1.300.000 \\ 100\lambda + & X_1 + & X_2 & + S_2 & & & = 500 \\ 100\lambda + & 2X_1 + & X_2 & & + S_3 & & = 600 \\ \lambda & X_1, & X_2 S_1, S_2, S_3 & & & & \geq 0 \end{array}$$

Diperoleh variabel dasar: R_1, S_2, dan S_3. Karena R_1 muncul di persamaan r, maka disubstitusikan dengan batasan pertama

$$R_1 = 1.300.000 + 300.000\lambda - 4.000X_1 - 3.000X_2 + S_1$$

Dengan mensubstitusikan R_1 ke persamaan r, maka program linier yang harus diselesaikan adalah:

$$R_1 = 1.300.000 + 300.000\lambda - 4.000X_1 - 3.000X_2 + S_1$$

dengan batasan:

$$\begin{array}{lllllll} -300.000\lambda + & 4000X_1 + & 3.000X_2 - S_1 + & & & R_1 & = 1.300.000 \\ 100\lambda + & X_1 + & X_2 & + S_2 & & & = 500 \\ 100\lambda + & 2X_1 + & X_2 & & + S_3 & & = 600 \\ \lambda & X_1, & X_2 S_1, S_2, S_3 & & & & \geq 0 \end{array}$$

Tabel 3.9. Optimasi Pertama

Basic	R	λ	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R_1	Solusi
r	1	-300.000	4.000	3.000	-1	0	0	0	1.300.000
R_1	0	-300.000	4.000	3.000	-1	0	0	1	1.300.000
S_2	0	100	1	1	0	1	0	0	500
S_3	0	100	2	1	0	0	1	0	600

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.10 diuraikan sebagai berikut:

$$Baris\ Kunci\ Baru(BKB) = \frac{baris\ kunci\ ke-i}{angka\ kunci}$$

0	-300.000	4000	3000	-1	0	0	1	1.300.000	→: 4.000
0	-75	1	0,75	$-2{,}5.10^{-4}$	0	0	$2{,}5.10^{-4}$	325	

Untuk baris r:

$$AB_1 = 1 - \left(\frac{4.000 \times 0}{4.000}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = -300.000 - \left(\frac{4.000 \times -300.000}{4.000}\right) = -300.000 - (-300.000)$$

$$= -300.000 + 300.000 = 0$$

$$AB_3 = 4.000 - \left(\frac{4.000 \times 4.000}{4.000}\right) = 4.000 - 4.000 = 0$$

$$AB_4 = 3.000 - \left(\frac{4.000 \times 3.000}{4.000}\right) = 3.000 - 3.000 = 0$$

$$AB_5 = -1 - \left(\frac{4.000 \times -1}{4.000}\right) = -1 - (-1) = -1 + 1 = 0$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{4.000 \times 0}{4.000}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_7 = 0 - \left(\frac{4.000 \times 0}{4.000}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_8 = 0 - \left(\frac{4.000 \times 1}{4.000}\right) = 0 - 1 = -1$$

$$AB_9 = 1.300.000 - \left(\frac{4.000 \times 1.300.000}{4.000}\right) = 1.300.000 - 1.300.000 = 0$$

Untuk baris S_2:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{1 \times 0}{4.000}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 100 - \left(\frac{1 \times -300.000}{4.000}\right) = 100 - (-75) = 100 + 75 = 175$$

$$AB_3 = 1 - \left(\frac{1 \times 4.000}{4.000}\right) = 1 - 1 = 0$$

$$AB_4 = 1 - \left(\frac{1 \times 3.000}{4.000}\right) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{1 \times -1}{4.000}\right) = 0 - (-2{,}5 \times 10^{-4}) = 0 + 2{,}5 \times 10^{-4} = 2{,}5 \times 10^{-4}$$

$$AB_6 = 1 - \left(\frac{1 \times 0}{4.000}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_7 = 0 - \left(\frac{1 \times 0}{4.000}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_8 = 0 - \left(\frac{1 \times 1}{4.000}\right) = 0 - 2{,}5 \times 10^{-4} = -2{,}5 \times 10^{-4}$$

$$AB_9 = 500 - \left(\frac{1 \times 1.300.000}{4.000}\right) = 500 - 325 = 100$$

Untuk baris $S_{3:}$

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{2 \times 0}{4.000}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 100 - \left(\frac{2 \times -300.000}{4.000}\right) = 100 - (-150) = 100 + 150 = 250$$

$$AB_3 = 2 - \left(\frac{2 \times 4.000}{4.000}\right) = 2 - 2 = 0$$

$$AB_4 = 1 - \left(\frac{2 \times 3.000}{4.000}\right) = 1 - 1{,}5 = -0{,}5$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{2 \times -1}{4.000}\right) = 0 - (-5 \times 10^{-4}) = 0 + 5 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-4}$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{2 \times 0}{4.000}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_7 = 1 - \left(\frac{2 \times 0}{4.000}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_8 = 0 - \left(\frac{2 \times 1}{4.000}\right) = 0 - 5 \times 10^{-4} = -5 \times 10^{-4}$$

$$AB_9 = 600 - \left(\frac{2 \times 1.300.000}{4.000}\right) = 600 - 650 = -50$$

Dari perhitungan diatas, diperoleh tabel simpleks untuk solusi baru:

Tabel 3.10. Optimasi Kedua

Basic	R	λ	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R_1	Solusi
R	1	0	0	0	0	0	0	-1	0
X_1	0	-75	1	0,75	-2,5×10^{-4}	0	0	2,5×10^{-4}	325
S_2	0	175	0	0,25	2,5×10^{-4}	1	0	- 2,5×10^{-4}	175
S_3	0	250	0	-0,5	5×10^{-4}	0	1	-5×10^{-4}	-50

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Tahap 2

Menyelesaikan program linier

Maksimumkan: Z = λ

Dengan batasan:

$$-75\lambda + X_1 + 0{,}75X_2 - 2{,}5 \times 10^{-4}S_1 \qquad \leq 325$$

$$75\lambda + \quad +0{,}25\,X_2 + 2{,}5 \times 10^{-4}S_1 + S_2 \qquad \leq 500$$

$$50\lambda + \quad -0{,}5X_2 \qquad + S_3 \leq 600$$

$$\lambda, \quad X_1, \quad X_2 S_1, S_2, S_3 \qquad \geq\ 0$$

Standarisasi:

Maksimumkan: $Z - \lambda = 0$

Dengan batasan:

$$-75\lambda + X_1 + 0{,}75X_2 - 2{,}5 \times 10^{-4}S_1 \qquad = 325$$

$$75\lambda + \quad +0{,}25\,X_2 + 2{,}5 \times 10^{-4}S_1 + S_2 \qquad = 500$$

$$50\lambda + \quad -0{,}5X_2 \qquad + S_3 = 600$$

$$\lambda, \quad X_1, \quad X_2 S_1, S_2, S_3 \qquad \geq\ 0$$

Tabel 3.11. Optimasi Pertama

Basic	Z	λ	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Solusi	Rasio
Z	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
X_1	0	-75	1	0,75	$-2{,}5 \times 10^{-4}$	0	0	325	433,33
S_2	0	175	0	0,25	$2{,}5 \times 10^{-4}$	1	0	175	700
S_3	0	250	0	-0,5	5×10^{-4}	0	1	-50	100

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Untuk kolom Rasio:

$$R_1 = \frac{0}{0} = 0$$

$$R_2 = \frac{325}{0{,}75} = 433{,}33$$

$$R_3 = \frac{175}{0,25} = 700$$

$$R_4 = \frac{-50}{-0,5} = 100$$

Tabel 3.12. Simpleks Optimasi Kedua

Basic	Z	λ	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Solusi
Z	1	-1	0	0	0	0	0	0
X_1	0	-75	1	0,75	$-2,5 \times 10^{-4}$	0	0	325
S_2	0	175	0	0,25	$2,5 \times 10^{-4}$	1	0	175
X_2	0	250	0	-0,5	5×10^{-4}	0	1	-50

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.12 diuraikan sebagai berikut:

$$Baris\ Kunci\ Baru(BKB) = \frac{baris\ kunci\ ke-i}{angka\ kunci}$$

0	250	0	-0,5	5.10^{-4}	0	1	-50	→: $-0,5$
0	-500	0	1	-10^{-3}	0	-2	100	

Untuk baris Z:

$$AB_1 = 1 - \left(\frac{0 \times 0}{-0,5}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = -1 - \left(\frac{0 \times 250}{-0,5}\right) = -1 - 0 = -1$$

$$AB_3 = 0 - \left(\frac{0 \times 0}{-0,5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{0 \times -0,5}{-0,5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{0 \times 5 \times 10^{-4}}{-0,5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{0 \times 0}{-0{,}5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_7 = 0 - \left(\frac{0 \times 1}{-0{,}5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_8 = 0 - \left(\frac{0 \times -50}{-0{,}5}\right) = 0 - 0 = 0$$

Untuk baris X_1:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{0{,}75 \times 0}{-0{,}5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = -75 - \left(\frac{0{,}75 \times 250}{-0{,}5}\right) = -75 - (-375) = -75 + 375 = 300$$

$$AB_3 = 1 - \left(\frac{0{,}75 \times 0}{-0{,}5}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_4 = 0{,}75 - \left(\frac{0{,}75 \times -0{,}5}{-0{,}5}\right) = 0{,}75 - 0{,}75 = 0$$

$$AB_5 = -2{,}5 \times 10^{-4} - \left(\frac{0{,}75 \times 5 \times 10^{-4}}{-0{,}5}\right) = -2{,}5 \times 10^{-4} - (-7{,}5 \times 10^{-4})$$

$$= -2{,}5 \times 10^{-4} + 7{,}5 \times 10^{-4} = \quad = 5 \times 10^{-4}$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{0{,}75 \times 0}{-0{,}5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_7 = 0 - \left(\frac{0{,}75 \times 1}{-0{,}5}\right) = 0 - (-1{,}5) = 0 + 1{,}5 = 1{,}5$$

$$AB_8 = 325 - \left(\frac{0{,}75 \times -50}{-0{,}5}\right) = 325 - 75 = 250$$

Untuk baris S_2:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{0{,}25 \times 0}{-0{,}5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 175 - \left(\frac{0{,}25 \times 250}{-0{,}5}\right) = 175 - (-125) = 175 + 175 = 300$$

$$AB_3 = 0 - \left(\frac{0,25 \times 0}{-0,5}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_4 = 0,25 - \left(\frac{0,25 \times -0,5}{-0,5}\right) = 0,25 - 0,25 = 0$$

$$AB_5 = 2,5 \times 10^{-4} - \left(\frac{0,25 \times 5 \times 10^{-4}}{-0,5}\right) = 2,5 \times 10^{-4} - (-2,5 \times 10^{-4})$$

$$= 2,5 \times 10^{-4} + 2,5 \times 10^{-4} = \quad = 5 \times 10^{-4}$$

$$AB_6 = 1 - \left(\frac{0,25 \times 0}{-0,5}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_7 = 0 - \left(\frac{0,25 \times 1}{-0,5}\right) = 0 - (-0,5) = 0 + 0,5 = 0,5$$

$$AB_8 = 175 - \left(\frac{0,25 \times -50}{-0,5}\right) = 175 - 25 = 150$$

3.13. Tabel Simpleks Optimasi Ketiga

Basic	Z	λ	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Solusi
Z	1	0	0	0	$1,67 \times 10^{-6}$	$3,3 \times 10^{-3}$	$1,67 \times 10^{-6}$	0
X_1	0	0	1	0	0	-1	1	325
λ	0	1	0	0	$1,67 \times 10^{-6}$	$3,3 \times 10^{-3}$	$1,67 \times 10^{-6}$	175
X_2	0	0	0	1	$-1,7 \times 10^{-4}$	1,67	-1,17	-50

(Sumber: data primer, diolah, 2013)

Cara memperoleh tabel 3.13 diuraikan sebagai berikut:

Untuk baris Z:

$$AB_1 = 1 - \left(\frac{-1 \times 0}{300}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_2 = -1 - \left(\frac{-1 \times 300}{300}\right) = -1 - (-1) = -1 + 1 = 0$$

$$AB_3 = 0 - \left(\frac{-1 \times 0}{300}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{-1 \times 0}{300}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_5 = 0 - \left(\frac{-1 \times 5 \times 10^{-4}}{300}\right) = 0 - (-1{,}67 \times 10^{-6}) = 0 + 1{,}67 \times 10^{-6}$$

$$= 1{,}67 \times 10^{-6}$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{-1 \times 1}{300}\right) = 0 - (-3{,}3 \times 10^{-3}) = 0 + 3{,}3 \times 10^{-3} = 3{,}3 \times 10^{-3}$$

$$AB_7 = 0 - \left(\frac{-1 \times 0{,}5}{300}\right) = 0 - (-1{,}67 \times 10^{-6}) = 0 + 1{,}67 \times 10^{-6}$$

$$= 1{,}67 \times 10^{-6}$$

$$AB_8 = 0 - \left(\frac{-1 \times 150}{300}\right) = 0 - (-0{,}5) = 0 + 0{,}5 = 0{,}5$$

Untuk baris X_1:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{300 \times 0}{300}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = 300 - \left(\frac{300 \times 300}{300}\right) = 300 - 300 = 0$$

$$AB_3 = 1 - \left(\frac{300 \times 0}{300}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_4 = 0 - \left(\frac{300 \times 0}{300}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_5 = 5 \times 10^{-4} - \left(\frac{300 \times 5 \times 10^{-4}}{300}\right) = 5 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-4} = 0$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{300 \times 1}{300}\right) = 0 - 1 = -1$$

$$AB_7 = 1{,}5 - \left(\frac{300 \times 0{,}5}{300}\right) = 1{,}5 - 0{,}5 = 1$$

$$AB_8 = 250 - \left(\frac{300 \times 150}{300}\right) = 250 - 150 = 100$$

Untuk baris X_2:

$$AB_1 = 0 - \left(\frac{-500 \times 0}{300}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_2 = -500 - \left(\frac{-500 \times 300}{300}\right) = -500 - (-500) = -500 + 500 = 0$$

$$AB_3 = 0 - \left(\frac{-500 \times 0}{300}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$AB_4 = 1 - \left(\frac{-500 \times 0}{300}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$AB_5 = -10^{-3} - \left(\frac{-500 \times 5 \times 10^{-4}}{300}\right) = -10^{-3} - (-0{,}83 \times 10^{-3})$$

$$= -10^{-3} + 0{,}83 \times 10^{-3} = -0{,}17 \times 10^{-3} = -1{,}7 \times 10^{-4}$$

$$AB_6 = 0 - \left(\frac{-500 \times 1}{300}\right) = 0 - (-1{,}67) = 0 + 1{,}67 = 1{,}67$$

$$AB_7 = -2 - \left(\frac{-500 \times 0{,}5}{300}\right) = -2 - (-0{,}83) = -2 + 0{,}83 = -1{,}17$$

$$AB_8 = 100 - \left(\frac{-500 \times 150}{300}\right) = 100 - (-250) = 100 + 250 = 350$$

Solusi yang diperoleh dari hasil akhir tersebut adalah:

$$\lambda = 0{,}5$$

$$X_1 = 100$$

$$X_2 = 350$$

Maka nilai Z yang diperoleh adalah:

$$Z = 4.000X_1 + 3.000X_2$$

$$Z = 4.000(100) + 3.000(350)$$

$Z = 400.000 + 1.050.000$

$Z = \text{Rp}. 1.450.000$

Maka nilai-nilai untuk setiap batasan adalah:

Batasan 1 $= X_1 + X_2 = 100 + 350 = 450$

Batasan 2 $= 2X_1 + X_2 = 2(100) + 350 = 200 + 350 = 550$

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dipaparkan, maka dapat disimpulkan bahwa langkah-langkah program linier fuzzy menggunakan metode simpleks untuk mencari optimasi perencanaan produksi adalah sebagai berikut:

a. Menentukan input dan output data kemudian dibentuk model program linier, yaitu:

   Maksimumkan: $f(x) = c^T x$

   Dengan batasan:

   $A_x \leq b$

   $x \geq 0$

   Dengan $c, x \in R^n, b \in R^m, A \in R^{m \times n}$ (4.1)

b. Mencari nilai Z yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimasikan sedemikian hingga sesuai pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan himpunan fuzzy, sehingga persamaan (4.1) akan diperoleh:

   Tentukan x sedemikian hingga:

   $B_x \leq d$

   $x \geq 0$

   dengan:

   $B = \begin{pmatrix} -c \\ A \end{pmatrix}$; dan

   $d = \begin{pmatrix} -z \\ b \end{pmatrix}$

c. Menentukan fungsi keanggotaan dari himpunan fuzzy yang dapat dinyatakan sebagai: $\mu_D[x] = \min_i\{\mu_i[B_i x]\}$

d. Penyelesaian Program Linier Fuzzy, yaitu:

Maksimumkan: λ

Dengan batasan: $\lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i, \qquad i = 0,1,2,\cdots,m$

$$x_i \geq 0$$

Dari perhitungan yang telah dipaparkan dapat kita lihat, jika perhitungan dengan menggunakan program linier (t = 0) keuntungan maksimum akan diperoleh apabila produk P_1 diproduksi sebanyak 100 unit dan produk P_2 diproduksi sebanyak 300 unit. Keuntungan diperoleh (Z) sebesar Rp. 1.300.000.

Apabila digunakan program linier fuzzy $\lambda = 0{,}5$, keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk P_1 diproduksi sebanyak 100 unit, produk P_2 diproduksi sebanyak 350 unit dan keuntungan (Z) yang diperoleh sebesar Rp. 1.450.000. Keuntungan ini lebih teliti Rp. 150.000 dibandingkan dengan hasil perhitungan dengan program linier. Dengan catatan bahwa pada kondisi ini dibutuhkan bahan baku P_1 sebanyak 450 unit, bahan baku P_2 sebanyak 550 unit.

4.2 Saran

Penelitian ini, masih dapat dikembangkan sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya agar menggunakan metode Simpleks BIG-M, menggunakan program agar penyelesaian lebih cepat dan hasil akurat, serta dapat diaplikasikan dalam bidang ilmu lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. dan Rorres, C.. 1988. *Penerapan Aljabar Linier*. Jakarta: Erlangga

Dumairy. 1999. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: BPFE UGM

Klir, G.J. dan Yuan, B.. 1995. *Fuzzy Set and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. New Jersey: Prentice Hall International, INC.

Kusumadewi, S.. 2002. *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Kusumadewi, S.. 2006. *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making (Fuzzy MADM)*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Kusumadewi, S. dan Hari, P.. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Marzuki. *Metodologi Riset*. Yogyakarta: BPFE-UII

Mautosek, J.. 2000. *Understanding and Using Linear Programming*. New York: Springer

Naba, A.. 2009. *Belajar Cepat Fuzzy Logic menggunakan MATLAB*. Yogyakarta: Andi Publisher

Prawirosentono, S.. 2005. *Riset Operasi dan Ekonofisika (Operations Research and Econophysics)*. Jakarta: Bumi Aksara

Sakawa, M.. 1947. *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*. New York and London: Plenum Press

Shihab, M.Q.. 2005. *Tafsir Al-Misbah Jilid 14*. Jakarta: Lentera Hati

Siswanto. *Operations Research Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

Supranto, J.. 1983. *Teknik Riset Pemasaran dan Ramalan Penjualan*. Jakarta: Ghalia Indonesia

Susilo, F.. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Sutapa, N.. 2000. Masalah Programa Linier Fuzzy dengan Fungsi Keanggotaan Linier. *Jurnal Teknik Industri*, 2, 28-33.